

Wstęp do algebraicznej i różniczkowej teorii Galois - course description

General information	
Course name	Wstęp do algebraicznej i różniczkowej teorii Galois
Course ID	11.1-WK-MATT-WstDoAlgIRóżnTeoGal-S17
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Mathematics
Education profile	academic
Level of studies	PhD studies
Beginning semester	winter term 2018/2019

Course information	
Semester	4
ECTS credits to win	2
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	dr hab. Maria Przybylska, prof. UZ

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Lecture	30	2	-	-	Exam

Aim of the course

Celem wykładu jest zapoznanie doktorantów z pojęciami i głównymi wynikami teorii Galois: algebraicznej i różniczkowej. Po ukończeniu kursu doktorant powinien znać pojęcia i główne twierdzenia algebraicznej i różniczkowej teorii Galois ich zastosowania do badania rozwiązalności równań algebraicznych i liniowych równań różniczkowych oraz być przygotowanym do prowadzenia badań naukowych w tej dziedzinie.

Prerequisites

Zaliczone kursy: algebra i analiza matematyczna.

Scope

Wykład

1. Elementy teorii grup i pierścieni – przypomnienie: grupa, podgrupa, rząd grupy, warstwa, grupy cykliczne, automorfizm, dzielnik normalny, homomorfizmy grup, grupy ilorazowe, grupy permutacji, pierścień, homomorfizmy i izomorfizmy pierścieni, ideał pierścienia, ciało, podciało, rozszerzenie ciała, ciało ilorazowe.
2. Rozszerzenia algebraiczne: rozszerzenie ciała jako przestrzeń liniowa, rozszerzenie algebraiczne, baza i stopień rozszerzenia, ciało rozkładu wielomianów, rozszerzenia normalne, element pierwotny rozszerzenia.
3. Algebraiczna grupa Galois: automorfizmy ciał, automorfizm ciała stały na podciele, grupa Galois rozszerzenia, przykłady, własności, rozszerzenia Galois, odpowiedniość pomiędzy podgrupami grupy Galois a podciałami ciała, zasadnicze twierdzenie teorii Galois.
4. Zastosowanie teorii Galois do równań algebraicznych: ciała cykliczne, pierwiastniki, rozszerzenie ciał pierwiastnikowe, rozwiązalność równania wielomianowego przez pierwiastniki, grupy rozwiązalne, rozwiązalność równania wielomianowego a rozwiązalność grupy Galois, przykłady nierozwiązywalnych przez pierwiastniki równań wielomianowych, twierdzenie Abela.
5. Konstrukcje geometryczne za pomocą cyrkla i linijki: konstruowalność punktu przy pomocy konstrukcji klasycznej, rozszerzenia konstruowalne, niewykonalność pewnych konstrukcji klasycznych.
6. Równania różniczkowe liniowe o niestálych współczynnikach: derywacje, ciała różniczkowe, ciało stałych, rozszerzenie różniczkowe ciała różniczkowego, własności rozwiązań równań różniczkowych liniowych, rozszerzenie Picarda-Vessiot.
7. Różniczkowa grupa Galois, definicja, własności, przykłady różniczkowych grup Galois, różniczkowa grupa Galois jako grupa algebraiczna
8. Rozwiązalność równań różniczkowych liniowych: funkcje klasy Liouville’a, rozszerzenie Liouville’a, rozwiązalność w funkcjach klasy Liouville’a, związek między rozwiązalnością równania w funkcjach klasy Liouville’a z rozwiązalnością różniczkowej grupy Galois.
9. Grupa Galois równania różniczkowego drugiego rzędu o współczynnikach wymiernych: postać zredukowana równania, algebraiczne podgrupy grupy $SL(2, \mathbb{C})$, algorytm Kovacic
10. Lokalne i globalne grupy Galois: rozwiązania lokalne wokół osobliwości, wykładniki charakterystyczne i uogólnione wykładniki, formalna lokalna monodromia, formalna lokalna grupa Galois, zjawisko Stokesa, connection problem.

Teaching methods

Tradycyjny wykład połączony z metodą seminarium naukowego.

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
swobodnie posługuje się językiem matematyki; potrafi w sposób merytoryczny przedstawić zagadnienia obejmujące treść wykładów, seminariów doktoranckich oraz przygotowywanej rozprawy doktorskiej.	• K_U02	• a discussion • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture
rozumie potrzebę dalszego kształcenia i podejmowania wyzwań w sferze zawodowej.	• K_K01	• a discussion	• Lecture
potrafi określić priorytety służące realizacji niezależnych badań służących powiększaniu istniejącego dorobku naukowego i twórczego oraz służące do rozwiązywania problemów poznawczych i praktycznych.	• K_K06	• a discussion	• Lecture
zna różne techniki dowodzenia.	• K_W02	• a discussion • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture
zna powiązania zagadnień dziedziny, w której się specjalizuje z innymi działami matematyki teoretycznej i stosowanej, a także z innymi dziedzinami wiedzy i wynikającymi z nich implikacjami dla praktyki.	• K_W03	• a discussion • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture
ma poszerzone umiejętności językowe (z języka angielskiego) w zakresie matematyki zgodne z wymaganiami określonymi dla poziomu B2+ Europejskiego Systemu Kształcenia Językowego Rady Europy.	• K_U04	• a discussion	• Lecture
rozumie potrzebę systematycznego śledzenia bieżącej twórczości naukowej w celu poszerzania i pogłębiania wiedzy oraz rozwijanie etosu środowisk badawczych i twórczych.	• K_K05	• a discussion	• Lecture
posiada pogłębioną wiedzę z zakresu zaawansowanych działów matematyki stanowiącą światowy dorobek naukowy, opartą na monografiach i artykułach naukowych związanych z treścią wykładów, seminariów i tematyką przygotowywanej rozprawy doktorskiej.	• K_W01	• a discussion • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture
zna aktualne kierunki rozwoju i najnowsze wyniki w zakresie matematyki.	• K_W06	• a discussion • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture
posiada umiejętności konstruowania rozumowań i analiz matematycznych: dowodzenia twierdzeń, jak i obalania hipotez poprzez konstrukcje i dobór kontrprzykładów w celu twórczej symbiozy dorobku naukowego w zakresie identyfikowania i rozwiązywania problemów badawczych.	• K_U01	• a discussion • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture
potrafi samodzielnie znajdować niezbędne informacje w literaturze fachowej i czasopismach naukowych oraz planować własny rozwój.	• K_U05	• a discussion • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture
rozumie i docenia znaczenie uczciwości intelektualnej w działaniach własnych i innych osób.	• K_K03	• a discussion	• Lecture
potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych.	• K_K04	• a discussion • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture
potrafi pracować zespołowo, inicjując działania na rzecz interesu publicznego oraz rozumie konieczność systematycznej pracy.	• K_K02	• a discussion	• Lecture

Assignment conditions

Egzamin z problemami o zróżnicowanym stopniu trudności, pozwalającymi na ocenę, czy student osiągnął efekty kształcenia w odpowiednim stopniu.

Recommended reading

1. M. Bryński, *Elementy teorii Galois*, Wydawnictwo „Alfa”, Warszawa, 1985

2. A. Mostowski, M. Stark, *Algebra wyższa, część III*, PWN, Warszawa, 1967
3. I. Stewart, *Galois theory*, 4th edition, CRC Press, 2015
4. D.A. Cox, *Galois theory*, Wiley-Interscience, 2004
5. M. Ayad, *Theorie de Galois, 122 exercices corrigés, niveau I*, Ellipses, Paris, 1997
6. F. Beukers, Differential Galois theory, in From number theory to physics (Les Houches, 1989), 413–439, Springer, Berlin, 1992
7. M.F. Singer, 'An outline of differential Galois theory', In: *Computer Algebra and Differential Equations*, Academic Press, London, pp. 3–57, 1990.
8. M.F. Singer, *Formal Solutions of Differential Equations*. J. Symbolic Computation, vol. 10, 1990, 59–94.
9. I. Kaplansky, *An Introduction to Differential Algebra*, 2nd edn, Hermann, Paris; Actualités Scientifiques et Industrielles, No. 1251, Publications de l'Institut de Mathématique de l'Université de Nancago, No. V, 1976
10. A.R. Magid. Lectures on differential Galois theory. University Lecture Series, vol. 7. Providence, RI: American Mathematical Society; 1994.
- 11 M. van der Put, M.F. Singer, *Galois theory of linear differential equations*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften. Fundamental Principles of Mathematical Sciences, vol. 328. Berlin: Springer-verlag; 2003.

Further reading

Notes

Modified by dr Alina Szelecka (last modification: 14-07-2018 07:50)

Generated automatically from SylabUZ computer system