

Analiza matematyczna 2 - opis przedmiotu

Informacje ogólne	
Nazwa przedmiotu	Analiza matematyczna 2
Kod przedmiotu	11.1-WK-MATP-AM2-W-S14_pNadGen10VIJ
Wydział	Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Kierunek	Matematyka
Profil	ogólnoakademicki
Rodzaj studiów	pierwszego stopnia z tyt. licencjata
Semestr rozpoczęcia	semestr zimowy 2019/2020

Informacje o przedmiocie	
Semestr	2
Liczba punktów ECTS do zdobycia	10
Typ przedmiotu	obowiązkowy
Język nauczania	polski
Sylabus opracował	prof. dr hab. Witold Jarczyk

Formy zajęć					
Forma zajęć	Liczba godzin w semestrze (stacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne)	Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne)	Forma zaliczenia
Wykład	60	4	-	-	Egzamin
Ćwiczenia	60	4	-	-	Zaliczenie na ocenę

Cel przedmiotu

Zapoznanie studenta z metodą różniczkową badania ekstremów i wypukłości funkcji, z pojęciami pierwotnej i całki Riemanna. Nacisk położony jest na opanowanie technik rachunkowych, w szczególności całkowania, a także na zastosowania rachunku różniczkowego i całkowego. Kolejnym celem jest przeniesienie podstaw rachunku różniczkowego na funkcje wielu zmiennych.

Wymagania wstępne

Analiza matematyczna 1. Logika i teoria mnogości. Algebra liniowa 1.

Zakres tematyczny

Wykład

I. Elementarny rachunek różniczkowy II

- Ekstrema lokalne (1 godz.)
- Charakteryzacja wypukłości funkcji (1 godz.)
- Zbieżność jednostajna a różniczkowanie. Różniczkowanie szeregów potęgowych. Szereg Taylora (2 godz.)
- Różniczkowalność funkcji elementarnych (1 godz.)
- Funkcja pierwotna (2 godz.)
- Algorytm całkowania funkcji wymiernych (materiał winien być opanowany przez studenta samodzielnie, na podstawie materiałów wskazanych przez wykładowcę)
- Pochodna funkcji zmiennej zespolonej (informacyjnie) (1 godz.)

II. Zastosowania rachunku różniczkowego (materiał do opracowania przez studentów w zespołach, w formie pisemnej, na podstawie materiałów wskazanych przez wykładowcę)

- Ruch prostoliniowy.
- Zastosowania w geometrii.
- Różniczka i obliczenia przybliżone.
- Metoda Newtona.
- Zastosowania w ekonomii.

III. Elementarny rachunek całkowy

- Całka Riemanna i pole. Podstawowe własności całki. Twierdzenie o wartości średniej (8 godz.)
- Całkowanie a różniczkowanie. Twierdzenie Newtona-Leibniza i jego konsekwencje (3 godz.)
- Zbieżność jednostajna a całkowanie. Całkowanie szeregów potęgowych (2 godz.)
- Całka niewłaściwa (4 godz.)

IV. Techniki całkowania

- Podstawienia trygonometryczne (2 godz.)
- Podstawienia Eulera (2 godz.)

3. Całkowanie numeryczne: wzór trapezów i metoda Simpsona (materiał winien być opanowany przez studenta samodzielnie, na podstawie materiałów wskazanych przez wykładowcę).

V. Zastosowania rachunku całkowego

1. Przykłady zastosowań całek w geometrii: pole obszaru, objętość bryły obrotowej, pole powierzchni obrotowej (2 godz.)
2. Środek masy i momenty. Twierdzenie Pappusa (materiał winien być opanowany przez studenta samodzielnie, na podstawie materiałów wskazanych przez wykładowcę).
3. Praca i ciśnienie (materiał winien być opanowany przez studenta samodzielnie, na podstawie materiałów wskazanych przez wykładowcę).

VI. Współrzędne biegunowe i równania parametryczne

1. Układ biegunowy. Krzywe we współrzędnych biegunowych. Pole obszaru ograniczonego krzywą. Długość krzywej (3 godz.)
2. Równania parametryczne krzywej na płaszczyźnie. Styczna do krzywej. Długość krzywej (2 godz.)

VII. Przestrzeń kartezjańskie

1. Skalary i wektory (1 godz.)
2. Współrzędne cylindryczne i sferyczne (1 godz.)

VIII. Funkcje wielu zmiennych

1. Poziomice funkcji dwóch i trzech zmiennych (1 godz.)
2. Granica i ciągłość (5 godz.)

IX. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych I

1. Pochodne kierunkowe i cząstkowe. Macierz Jacobiego i gradient (2 godz.)
2. Różniczka i różniczkowalność (7 godz.)
3. Interpretacja geometryczna różniczkowalności. Płaszczyzna styczna i prosta normalna (2 godz.)
4. Odwzorowania regularne i dyfeomorfizmy (2 godz.)
5. Twierdzenie o funkcji uwikłanej (3 godz.)

Ćwiczenia

I. Elementarny rachunek różniczkowy II

1. Wyznaczanie ekstremów lokalnych i globalnych. Dowodzenie nierówności przy pomocy badania ekstremów. Badanie przebiegu zmienności funkcji (6 godz.)
2. Badanie zbieżności jednostajnej ciągów i szeregów funkcyjnych (2 godz.)
3. Rozwijanie funkcji w szereg Taylora (4 godz.)

III. Elementarny rachunek całkowy, IV. Techniki całkowania i V. Zastosowania rachunku całkowego

1. Obliczanie całek z definicji (2 godz.)
2. Całkowanie przez części i przez podstawienie. Algorytm całkowania funkcji wymiernych. Użycie twierdzenia Newtona-Leibniza (10 godz.)

Kolokwium (2 godz.)

1. Przechodzenie do granicy pod znakiem całki i całkowanie szeregów funkcyjnych (2 godz.)
2. Obliczanie pól obszarów i objętości brył (3 godz.)
3. Wyznaczanie środka ciężkości i obliczanie pracy (1 godz.)

VI. Współrzędne biegunowe i równania parametryczne

1. Przechodzenie od współrzędnych kartezjańskich do biegunowych i na odwrót (2 godz.)
2. Obliczanie pól obszarów i długości krzywych, opisanych równaniami biegunowymi (2 godz.)
3. Znajdywanie stycznej do krzywej zadanej parametrycznie. Obliczanie pól obszarów i długości krzywych, opisanych równaniami parametrycznymi (3 godz.)

VII. Przestrzeń kartezjańskie

1. Opisywanie powierzchni we współrzędnych sferycznych i cylindrycznych (1 godz.)

Kolokwium (2 godz.)

VIII. Funkcje wielu zmiennych

1. Granica i ciągłość funkcji. Granice iterowane. Ciągłość ze względu na poszczególne zmienne (3 godz.)

IX. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych I

1. Znajdowanie pochodnych kierunkowych, pochodnej i różniczki (5 godz.)
2. Wyznaczanie stycznych i normalnych (2 godz.)
3. Badanie regularności i dyfeomorficzności odwzorowań (3 godz.)
4. Badanie zagadnienia funkcji uwikłanej (3 godz.)

Metody kształcenia

Tradycyjny wykład; ćwiczenia, w ramach których studenci rozwiązują zadania i dyskutują, a także przygotowują notki biograficzne matematyków, których nazwiska pojawiają się na wykładzie; praca w grupach zakończona opracowaniem pisemnym; praca z książką i przy pomocy Internetu.

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student rozumie potrzebę dalszego kształcenia.	K_K01	dyskusja	- Wykład - Ćwiczenia
Student zna podstawowe pojęcia i twierdzenia rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych.	K_W04 K_W07	dyskusja	- Wykład - Ćwiczenia
Student zna warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremów lokalnych funkcji różniczkowalnej.	K_W04	- obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Ćwiczenia
Student zna pojęcie całki Riemanna i jego interpretację.	K_W07	dyskusja	- Wykład - Ćwiczenia
Student wie na czym polega algorytm całkowania funkcji wymiernych.	K_W07	dyskusja	- Wykład - Ćwiczenia
Student rozumie dowód twierdzenia Newtona-Leibniza i jest świadom konsekwencji tego twierdzenia.	K_W04 K_W07	opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	- Wykład - Ćwiczenia
Student zna podstawowe metody całkowania.	K_W07	opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	Ćwiczenia
Student umie rozwijać w szereg Taylora podstawowe funkcje.	K_U12	dyskusja	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi zbadać przebieg funkcji.	K_U12	opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	- Wykład - Ćwiczenia
Student zna proste przykłady zastosowania rachunku różniczkowego.	K_W05	- obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Ćwiczenia
Student zna metody analizy matematycznej pozwalające na budowę modeli o średnim stopniu złożoności w innych dziedzinach nauki.	K_W03	- obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Ćwiczenia
Student stosuje różne techniki całkowania.	K_U14	dyskusja	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi zastosować całkowanie do obliczania pól obszarów, objętości brył, długości krzywych.	K_U14	opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	- Wykład - Ćwiczenia
Student znajduje pochodne cząstkowe i różniczki, wyznacza styczne i normalne; student umie rozstrzygnąć, czy dane odwzorowanie jest dyfeomorfizmem.	K_U12	- obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Ćwiczenia
Student potrafi przejść od współrzędnych kartezjańskich do biegunowych i na odwrot.	K_U11	dyskusja	- Wykład - Ćwiczenia
Student zna i rozumie twierdzenie o funkcji uwikłanej.	K_W04 K_W07	opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze i Internecie.	K_K06	opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	- Wykład - Ćwiczenia

Warunki zaliczenia

1. Trzy kolokwia z zadaniami o zróżnicowanym stopniu trudności, pozwalającymi na sprawdzenie, czy student osiągnął efekty kształcenia w stopniu minimalnym.
2. Egzamin w postaci testu z progami punktowymi.

Ocena z przedmiotu jest średnią arytmetyczną oceny z ćwiczeń i oceny z egzaminu. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Literatura podstawowa

1. Witold Jarczyk, *Notatki do wykładu z analizy matematycznej*, <http://www.wmie.uz.zgora.pl/~wjarczyk/materialy.html>
2. Witold Jarczyk, *Zadania z analizy matematycznej*, <http://www.wmie.uz.zgora.pl/~wjarczyk/materialy.html>

Literatura uzupełniająca

1. Józef Banaś, Stanisław Wędrychowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1993.
2. Andrzej Birkholc, *Analiza Matematyczna. Funkcje wielu zmiennych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2002.
3. Witold Kołodziej, *Analiza matematyczna*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1986.
4. Walter Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2002.

Uwagi

Zmodyfikowane przez dr Robert Dylewski, prof. UZ (ostatnia modyfikacja: 17-09-2019 13:17)

Wygenerowano automatycznie z systemu SylabUZ