

Algebra ogólna - opis przedmiotu

Informacje ogólne	
Nazwa przedmiotu	Algebra ogólna
Kod przedmiotu	11.1-WK-MATP-AO-W-S14_pNadGenCRRVT
Wydział	Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Kierunek	Matematyka
Profil	ogólnoakademicki
Rodzaj studiów	pierwszego stopnia z tyt. licencjata
Semestr rozpoczęcia	semestr zimowy 2019/2020

Informacje o przedmiocie	
Semestr	3
Liczba punktów ECTS do zdobycia	4
Typ przedmiotu	obowiązkowy
Język nauczania	polski
Sylabus opracował	dr Joanna Skowronek-Kaziów

Formy zajęć					
Forma zajęć	Liczba godzin w semestrze (stacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne)	Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne)	Forma zaliczenia
Wykład	30	2	-	-	Egzamin
Ćwiczenia	30	2	-	-	Zaliczenie na ocenę

Cel przedmiotu

Celem jest uzyskanie przez studenta umiejętności i kompetencji w zakresie kursu algebry abstrakcyjnej (elementy teorii grup, pierścieni, ciał i krat).

Wymagania wstępne

Przystępujący do kursu Algebry ogólnej student powinien mieć opanowany materiał obejmujący Algebrę liniową 1 i 2.

Zakres tematyczny

Wykład

- Własności działań, struktury algebraiczne. Grupy, grupy abelowe, cykliczne, podgrupy, grupa permutacji, grupy torsyjne. Twierdzenie Cayleya i twierdzenie Lagrange'a. Momorfizmy grup, podgrupy normalne, kongruencje w grupach. Grupa ilorazowa, twierdzenie o izomorfizmie dla grup. (8 godz.)
- Pierścienie, podpierścienie, ideały, kongruencje w pierścieniach, pierścień ilorazowy. Twierdzenie o izomorfizmie dla pierścieni, ideały główne, ideały pierwsze i maksymalne. Ciało, ciała skończone, ciała proste, ciało ułamków. (4 godz.)
- Pierścienie z jednoznacznością rozkładu, własności elementów w pierścieniu głównym i w pierścieniu euklidesowym, elementy odwracalne, elementy pierwsze i elementy rozkładalne. Pierścień liczb całkowitych, twierdzenia o liczbach pierwszych, zasadnicze twierdzenie arytmetyki, przystawanie liczb całkowitych, Chińskie twierdzenie o resztach, Twierdzenie Eulera. (8 godz.)
- Pierścień wielomianów jednej i wielu zmiennych, pierwiastki wielomianów, Twierdzenie Bezout, rozkładalność wielomianu, twierdzenie Gaussa, kryterium Eisensteina-Shönemanna. Element algebraiczny względem ciała, wielomian minimalny. Rozszerzenia ciał. Ciało algebraicznie domknięte. Twierdzenie Hilberta o zerach. (6 godz.)
- Kraty, podkraty, krata podalgebr danej algebry ogólnej. Twierdzenie Dedekinda-Birkhoffa. Algebry Boole'a. (4 godz.)

Ćwiczenia

- Sprawdzanie własności grup (cykliczność, abelowość, torsyjność), wyznaczanie podgrup danej grupy (twierdzenie Lagrange'a), wyznaczanie jądra homomorfizmu, znajdowanie dzielników normalnych danej grupy oraz jej obrazów homomorficznych poprzez konstrukcję odpowiednich grup ilorazowych (zastosowanie Twierdzenia o izomorfizmie dla grup), dowodzenie związków kongruencji w grupach z podgrupami normalnymi. (8 godz.)
- Wyznaczanie podpierścieni (podciał) pierścienia (ciała) oraz badanie własności ideałów danego pierścienia, wyznaczanie obrazów homomorficznych pierścienia poprzez konstrukcję pierścieni ilorazowych. (4 godz.)
- Sprawdzanie, czy dany pierścień jest pierścieniem z jednoznacznością rozkładu, pierścieniem głównym lub euklidesowym, wyznaczanie elementów odwracalnych, sprawdzanie czy dany element pierścienia jest elementem pierwszym lub rozkładalnym. Wyznaczanie największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności elementów, przy zastosowaniu algorytmu Euklidesa, w pierścieniach euklidesowych. Wyznaczanie elementów odwrotnych w mnożeniu pierścienia $C(n)$ elementów odwracalnych pierścienia Z_n stosując rozszerzony algorytm Euklidesa, obliczanie rzędu grupy $\Phi(n)$ poprzez obliczanie wartości funkcji Eulera dla liczby n . Chińskie twierdzenie o resztach w zadaniach. (8 godz.)
- Sprawdzanie czy element jest algebraiczny nad danym ciałem, sprawdzanie rozkładalności wielomianu w pierścieniach $Z[x]$ i $Q[x]$, znajdowanie rozszerzenia ciała oraz ciała rozkładu danego wielomianu. (6 godz.)
- Wyznaczanie (diagram Hasse'a) kraty podgrup normalnych (ideałów) danej grupy (pierścienia), wyznaczanie infimum i supremum zbioru elementów oraz elementów wyróżnionych dla tej kraty. Sprawdzanie, czy krata jest rozdzielna i modułarna stosując Twierdzenie Dedekinda-Birkhoffa o podkratach zabronionych. Sprawdzanie, czy krata jest algebrą Boole'a. (4 godz.)

Metody kształcenia

Wykłady: wykład konwencjonalny; wykład problemowy. Ćwiczenia: wspólne rozwiązywanie zadań związanych z tematyką przedmiotu, dowodzenie dodatkowych twierdzeń, ćwiczenia obrazujące zastosowanie teorii, rozwiązywanie zadań problemowych, dyskusja.

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

Opis efektu	Symbol e efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student zna przykłady grup, pierścieni, ciał i krat oraz potrafi wskazać podalgabry danej algebry korzystając z odpowiednich kryteriów i twierdzeń (np. wyznaczając podgrupy kieruje się Twierdzeniem Lagrange’a).	K_W05	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - dyskusja	- Wykład - Ćwiczenia
Student zna przykłady liczb algebraicznych na ciałem liczb wymiernych oraz przykłady liczb przestępnych.	K_U08	- kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	Ćwiczenia
Student potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania algebr ilorazowych (grupy ilorazowe, pierścienie ilorazowe) lub produktów kartezjańskich (sumy i iloczyny proste grup).	K_U05	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student rozpoznaje struktury algebraiczne (monoidy, półgrupy, grupy, pierścienia, ciała, kraty) w różnych obszarach matematycznych (zbiory liczbowe, zbiory macierzy, funkcji, ciągów, wektorów czy liczb zespolonych względem odpowiednich działań).	K_U17	- kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w celu dowodzenia dodatkowych faktów, których dowody są pomijane na wykładach (np. dowód łączności działań modulo n , czy lemat Gaussa dotyczący wielomianów pierwotnych).	K_K06	- aktywność w trakcie zajęć - rozwiazywanie dodatkowych zadań oraz samodzielne przedstawianie dowodów twierdzeń	Ćwiczenia
Student zna podstawowe twierdzenia algebry abstrakcyjnej i umie je dowodzić – takie jak Twierdzenie Lagrange’a dla grup i Twierdzenie o Izomorfizmie dla Grup.	K_W04	egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne	Wykład
Student stosuje diagramy Hassego do opisanie kraty podgrup normalnych danej grupy lub kraty ideałów danego pierścienia.	K_U04	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia

Warunki zaliczenia

Na ocenę z ćwiczeń składają się wyniki osiągnięte na kolokwiah (80%) oraz aktywność na zajęciach (20%). Egzamin składa się z części pisemnej oraz ustnej ale warunkiem przystąpienia do części ustnej jest uzyskanie minimum 30% punktów z części pisemnej.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (50%) oraz ocena z egzaminu (50%). Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Literatura podstawowa

1. A. Białynicki-Birula, Zarys algebry, BM tom 63, PWN, Warszawa, 1987.
2. M. Bryński, Algebra dla studentów matematyki, PWN, Warszawa 1987.
3. B. Gleichgewicht, Algebra, Oficyna GiS, 2002.
4. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa, 2000.

Literatura uzupełniająca

1. G. Birkhoff, T.C. Bartee, Współczesna algebra stosowana, PWN, Warszawa, 1983.
2. M. Bryński, J. Jurkiewicz, Zbiór zadań z algebry, PWN, Warszawa 1985.
3. A.I. Kostykin, Wstęp do algebry, cz. I, III, PWN, Warszawa, 2005.
4. R. Lidl, Algebra dla przyrodników i inżynierów, PWN, Warszawa 1983.
5. A. Mostowski, M. Stark, Algebra wyższa, cz. I, II, III, PWN, 1966.

Uwagi

Zmodyfikowane przez dr Robert Dylewski, prof. UZ (ostatnia modyfikacja: 17-09-2019 13:22)