

# Geometria elementarna - opis przedmiotu

| Informacje ogólne   |                                                               |
|---------------------|---------------------------------------------------------------|
| Nazwa przedmiotu    | Geometria elementarna                                         |
| Kod przedmiotu      | 11.1-WK-MATP-GE-W-S14_pNadGenKDOBI                            |
| Wydział             | <a href="#">Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii</a> |
| Kierunek            | Matematyka                                                    |
| Profil              | ogólnoakademicki                                              |
| Rodzaj studiów      | pierwszego stopnia z tyt. licencjata                          |
| Semestr rozpoczęcia | semestr zimowy 2019/2020                                      |

| Informacje o przedmiocie        |                                                                    |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| Semestr                         | 6                                                                  |
| Liczba punktów ECTS do zdobycia | 4                                                                  |
| Występuje w specjalnościach     | Nauczycielska                                                      |
| Typ przedmiotu                  | obieralny                                                          |
| Język nauczania                 | polski                                                             |
| Sylabus opracował               | <ul style="list-style-type: none"><li>dr Krystyna Białek</li></ul> |

| Formy zajęć |                                         |                                        |                                            |                                           |                     |
|-------------|-----------------------------------------|----------------------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------|
| Forma zajęć | Liczba godzin w semestrze (stacjonarne) | Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne) | Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne) | Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne) | Forma zaliczenia    |
| Wykład      | 30                                      | 2                                      | -                                          | -                                         | Egzamin             |
| Ćwiczenia   | 30                                      | 2                                      | -                                          | -                                         | Zaliczenie na ocenę |

## Cel przedmiotu

Zapoznanie z najważniejszymi twierdzeniami i metodami geometrii elementarnej. Przygotowanie teoretyczne i praktyczne studentów do rozwiązywania problemów występujących w zadaniach geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności.

Nabycie umiejętności wykonywania konstrukcji geometrycznych, rozwiązywania zadań oraz dowodzenia twierdzeń geometrycznych z wykorzystaniem ogólnodostępnych programów komputerowych wspomagających uczenie się i nauczanie geometrii.

Przygotowanie przyszłych nauczycieli matematyki do prowadzenia zajęć z geometrii w szkole, na zajęciach fakultatywnych oraz na kołach zainteresowań z wykorzystaniem programów komputerowych.

## Wymagania wstępne

Wiedza i umiejętności z zakresu algebry liniowej z geometrią oraz logiki matematycznej. Podstawowa umiejętność obsługi komputera.

## Zakres tematyczny

### Wykład

- Metoda aksjomatyczna w geometrii. Aksjomatyzacja geometrii euklidesowej, różne postacie aksjomatu Euklidesa o równoległych (2h)
- Przekształcenia izometryczne na płaszczyźnie euklidesowej. Niezmienniki przekształceń, symetria osiowa, złożenia symetrii osiowych, rodzaje i klasyfikacje przekształceń izometrycznych.
- Grupy przekształceń płaszczyzny i przestrzeni euklidesowej (2h)
- Podobieństwo i własności podobieństwa (2h)
- Inwersja i jej własności. Obrazy prostych i okręgów w inwersji (2h)
- Powinowactwo osiowe i przekształcenia afiniczne. Własności przekształceń afinicznych 2h)
- Geometria trójkątów. Twierdzenia sinusów i cosinusów. Twierdzenie Menelaosa, twierdzenie Cevy, i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Cevy. Wnioski wynikające z twierdzenia Cevy. Twierdzenie Steinera – Lehmusa (2h)
- Twierdzenia o czworokącie. Okrąg wpisany i opisany na czworokącie. Twierdzenie Ptolemeusza, twierdzenie Brahmagupty. Twierdzenie Eulera o czworokącie (2h)
- Potęga punktu względem kręgu. Twierdzenie o siecznych okręgu, twierdzenie o prostej potęgowej dwu okręgów, twierdzenie Eulera o odległości (2h)
- Zastosowanie rachunku wektorowego do dowodzenia twierdzeń klasycznej geometrii (2h)
- Konstrukcje geometryczne. Zadanie konstrukcyjne i jego rozwiązanie; problemy konstrukcyjne Starożytnych (kwadratura koła, trysekcja kąta, podwojenie sześcianu) (2h)
- Konstrukcje wielokątów foremnych (wykonane klasycznymi środkami), złoty podział; konstrukcje Mascheroniego i Steinera (2h)

13. Wielościany wypukłe. Twierdzenie Eulera dla wielościanów. Bryły platońskie (2h)

14. Płaszczyzna hiperboliczna i jej modele (2h)

15. Geometria sferyczna (2h)

Ćwiczenia:

1. Przekształcenia geometryczne. Niezmienniki przekształceń. Izometrie, przykłady, własności, grupy przekształceń. Jednokładność i podobieństwo. Powinowactwo osiowe (4h)

2. Geometria trójkąta. Trójkąt i jego własności. Twierdzenia dotyczące boków i kątów w trójkącie Okręgi związane z trójkątem (wpisane, opisane, dopisane). Okrąg dziewięciu punktów i jego własności. Punkty charakterystyczne trójkąta. Twierdzenie sinusów i cosinusów. Twierdzenie Menelaosa i twierdzenie Cevy. (4h)

3. Dowodzenie twierdzeń geometrycznych w GeoGebrze. Dowody przez eksperyment (4h)

4. Konstrukcje geometryczne. Zadanie konstrukcyjne i jego rozwiązanie. Problemy konstrukcyjne Starożytnych (kwadratura koła, trysekcja kąta, podwojenie sześcianu). Konstrukcje wielokątów foremnych (wykonalne klasycznymi środkami), złoty podział. Konstrukcje Mascheroniego i Steinera. Konstrukcje wielokątów foremnych (4h)

5. Przeprowadzanie w GeoGebrze wybranych konstrukcji geometrycznych (4h)

6. Wielokąty. Dowodzenie eksperymentalne wzorów na pole trójkąta i wielokątów (4h)

7. Wielościany wypukłe. Wzór Eulera. Bryły platońskie (2h)

8. Elementy geometrii rzutowej i sferycznej – problem V postulatu Euklidesa; przykłady geometrii nieeuklidesowych (2h)

9. Kolokwium zaliczeniowe (2h)

Metody kształcenia

Wykład: wykład problemowy, wykład z możliwym wykorzystaniem technik audiowizualnych

Ćwiczenia: ćwiczenia rachunkowe ułatwiające opanowanie, zrozumienie i usystematyzowanie wiedzy wyniesionej z wykładów; ćwiczenia z wykorzystaniem programów komputerowych uczących i programów narzędziowych, ułatwiające opanowanie, zrozumienie i usystematyzowanie wiedzy wyniesionej z wykładów i własnych studentów, pisemna praca kontrolna.

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

| Opis efektu                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Symbolo efektów                                                                                     | Metody weryfikacji                                                                                                                                                                         | Forma zajęć                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| Student zna podstawowe definicje, twierdzenia i własności geometrii elementarnej: linie i punkty szczególne trójkąta i czworokąta, potęgą punktu względem okręgu, przekształcenia geometrycznego płaszczyzny, izometrie, podobieństwa, inwersje. konstrukcje klasyczne i nieklasyczne, wektory, wielościany wypukłe, wielościany foremne.                                                          | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_W01</a></li></ul>                               | <ul style="list-style-type: none"><li>dyskusja</li><li>egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li><li>kolokwium</li><li>projekt</li><li>sprawdzian</li></ul>                             | <ul style="list-style-type: none"><li>Wykład</li><li>Ćwiczenia</li></ul> |
| Student zna i rozumie treści oraz dowody najważniejszych twierdzeń geometrii elementarnej: twierdzenie Menelaosa, Cevy, wnioski wynikające w twierdzenia Cevy; twierdzenie o okręgach wpisanym i opisanym na czworokącie; tw. Eulera, Ptolemeusza, Brahmagupty, tw. o prostej Eulera, klasyfikacja izometrii płaszczyzny, twierdzenie Eulera o wielościanach, klasyfikacja wielościanów foremnych. | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_W02</a></li></ul>                               | <ul style="list-style-type: none"><li>dyskusja</li><li>egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li><li>kolokwium</li><li>projekt</li><li>sprawdzian</li><li>prezentacja wyników</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>Wykład</li><li>Ćwiczenia</li></ul> |
| Student zna metodę aksjomatyczną w geometrii oraz potrafi postrzegać geometrię elementarną, jako przykład teorii aksjomatycznej i klasycznego systemu dedukcji z uwzględnieniem historycznego rozwoju problemów geometrycznych.                                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_W03</a></li><li><a href="#">K_W06</a></li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>dyskusja</li></ul>                                                                                                                                   | <ul style="list-style-type: none"><li>Ćwiczenia</li></ul>                |
| Student posługuje się definicjami oraz twierdzeniami w oparciu o współczesny układ aksjomatów planimetrii euklidesowej.                                                                                                                                                                                                                                                                            | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_U07</a></li></ul>                               | <ul style="list-style-type: none"><li>dyskusja</li><li>projekt</li><li>prezentacja wyników</li></ul>                                                                                       | <ul style="list-style-type: none"><li>Ćwiczenia</li></ul>                |
| Student posługuje się pojęciem wektora w dowodzeniu twierdzenia Menelaosa i Cevy oraz wniosków wynikających z twierdzenia Cevy.                                                                                                                                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_U16</a></li></ul>                               | <ul style="list-style-type: none"><li>bieżąca kontrola na zajęciach</li><li>dyskusja</li><li>sprawdzian</li></ul>                                                                          | <ul style="list-style-type: none"><li>Ćwiczenia</li></ul>                |
| Student potrafi wyszukać informacje dotyczące podstawowych zagadnień geometrii trójkąta w literaturze, także w językach obcych                                                                                                                                                                                                                                                                     | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_U01</a></li></ul>                               | <ul style="list-style-type: none"><li>dyskusja</li><li>prezentacja wyników</li></ul>                                                                                                       | <ul style="list-style-type: none"><li>Ćwiczenia</li></ul>                |
| Student potrafi zastosować poznane metody i narzędzia geometrii elementarnej przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności w tym zadań konkursowych                                                                                                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_U06</a></li><li><a href="#">K_K01</a></li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>dyskusja</li><li>projekt</li><li>sprawdzian</li></ul>                                                                                                | <ul style="list-style-type: none"><li>Ćwiczenia</li></ul>                |

| Opis efektu                                                                                                                                                                   | Symbole efektów                                                                                            | Metody weryfikacji                                                                                                                   | Forma zajęć                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| Student potrafi wykorzystywać programy komputerowe jako pomoc przy rozwiązywaniu i prezentacji rozwiązań zadań geometrycznych                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">K_U06</a></li> <li>• <a href="#">K_K01</a></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• dyskusja</li> <li>• projekt</li> <li>• sprawdzian</li> <li>• prezentacja wyników</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ćwiczenia</li> </ul>                   |
| Student potrafi wykonać podstawowe konstrukcje geometryczne za pomocą cyrkla i linijki jak i w ogólnie dostępnych programach komputerowych (GeoGebra)                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">K_U02</a></li> <li>• <a href="#">K_K01</a></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• dyskusja</li> <li>• projekt</li> <li>• sprawdzian</li> <li>• prezentacja wyników</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ćwiczenia</li> </ul>                   |
| Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące geometrii trójkąta wraz z dowodami oraz dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń. | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">K_W02</a></li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li> <li>• projekt</li> </ul>                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykład</li> <li>• Ćwiczenia</li> </ul> |
| Student posługuje się wiadomościami o przekształceniach na płaszczyźnie euklidesowej.                                                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">K_U16</a></li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• bieżąca kontrola na zajęciach</li> <li>• dyskusja</li> <li>• sprawdzian</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykład</li> <li>• Ćwiczenia</li> </ul> |
| Student potrafi formułować opinie na temat klasyfikacji przekształceń.                                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">K_K07</a></li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• dyskusja</li> <li>• projekt</li> <li>• rozwiązywanie problemów</li> </ul>                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykład</li> <li>• Ćwiczenia</li> </ul> |
| Student posługuje się pojęciem przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, wektora, macierzy.                                                                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">K_U16</a></li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• bieżąca kontrola na zajęciach</li> <li>• dyskusja</li> <li>• sprawdzian</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykład</li> <li>• Ćwiczenia</li> </ul> |
| Student zna podstawowe twierdzenia dotyczące podobieństwa płaszczyzny.                                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">K_W04</a></li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li> </ul>                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykład</li> <li>• Ćwiczenia</li> </ul> |
| Student potrafi samodzielnie znaleźć informacje na temat wybranych zagadnień geometrii elementarnej w literaturze także w językach obcych.                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <a href="#">K_K07</a></li> </ul>                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• dyskusja</li> <li>• projekt</li> <li>• rozwiązywanie problemów</li> </ul>                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Wykład</li> <li>• Ćwiczenia</li> </ul> |

## Warunki zaliczenia

Sprawdzanie stopnia przygotowania studentów oraz ich aktywności w trakcie ćwiczeń.

1. Aktywność na zajęciach: weryfikacja znajomości treści wykładów na podstawie rozwiązywania zadań w tym praktycznych zastosowań teorii, zadań dowodowych, sprawdzianów pisemnych.
2. Sprawdziany pisemne z zadaniami o zróżnicowanym stopniu trudności, weryfikacja efektów kształcenia głównie w zakresie umiejętności i kompetencji na podstawie analizy rozwiązań zadań w trakcie sprawdzianów pisemnych.
3. Egzamin pisemny: weryfikacja umiejętności na podstawie analizy rozwiązań zadań egzaminacyjnych, weryfikacja znajomości pojęć i faktów w oparciu o analizę odpowiedzi na pytania egzaminacyjne o charakterze teoretycznym.

Na ocenę końcową składają się oceny z dwóch kolokwii oraz aktywności na zajęciach).

Osoby, które ze sprawdzianów i kolokwii uzyskały łącznie powyżej 90% mogą zostać zwolnione z egzaminu pisemnego z oceną bardzo dobrą.

Ćwiczenia: na ocenę z ćwiczeń składają się wyniki osiągnięte na kolokwiah (75%) oraz aktywność na zajęciach w tym przygotowanie prezentacji (25%).

Za kolokwia można będzie uzyskać maksymalnie 30 punktów (2x15pkt.), zaś za aktywność maksymalnie 10 punktów. Na ocenę końcową z ćwiczeń składają się oceny z dwóch kolokwii oraz aktywności na zajęciach.

Zaliczenie ćwiczeń: poniżej 20 pkt. – brak zaliczenia, od 20 pkt. – dostateczny, od 25 pkt. – plus dostateczny, od 29 pkt. – dobry, od 33 pkt. – plus dobry, od 37 pkt. – bardzo dobry.

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie pozytywnej oceny z ćwiczeń.

Egzamin składa się z dwóch części: zadaniowej i teoretycznej.

Z części zadaniowej (składającej się z 5 zadań) można będzie uzyskać maksymalnie 25 punktów. Oceny: poniżej 12,5 pkt. – niedostateczny, od 12,5 pkt. – dostateczny, od 15 pkt. – plus dostateczny, od 17,5 pkt. – dobry, od 20 pkt. – plus dobry, od 22,5 pkt. – bardzo dobry.

Z części teoretycznej (wylosowane 2 pytania spośród podanych wcześniej zagadnień) można będzie

uzyskać maksymalnie 20 punktów.

Oceny - poniżej 10 pkt. – brak zaliczenia, od 9 pkt. – dostateczny, od 13 pkt. – plus dostateczny, od 15 pkt. – dobry, od 17 pkt. – plus dobry, od 19 pkt. – bardzo dobry.

Do uzyskania pozytywnej oceny z egzaminu konieczne jest zaliczenie obu jego części, ocena

końcowa jest średnią ocen z części zadaniowej i teoretycznej.

Na ocenę końcową z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (50%) i ocena z egzaminu (50%).

## Literatura podstawowa

1. M. Czarnecki, Geometria szkolna, Skrypt, UŁ
2. R. Doman, Wykłady z geometrii elementarnej, Wyd. Naukowe UAM Poznań
3. M. Moszyńska, J. Świącicka, Geometria z algebrą liniową, PWN
4. H. S. M. Coxeter, Wstęp do geometrii dawnej i nowej, PWN, W-wa,
5. L. Gulgowski, Geometria elementarna, Skrypt UG. Gdańsk,
6. M. Kordos, L. W. Szczerba, Geometria dla nauczycieli, PWN W-wa,
7. E. Kowalski *Geometria dla studentów*, WSP, Zielona Góra
8. Z. Krygowska, Konstrukcje geometryczne na płaszczyźnie, PWN, W-wa,
9. S. I. Zetel, Geometria trójkąta, PZWS, W-wa,

## Literatura uzupełniająca

1. Agricola, T. Friedrich, Elementary Geometry, American Mathematical Society,
2. D. Brannan, M. Esplen, J. Gray, Geometry, Cambridge University
3. M. Berger *Geometrie*, Nathan, Paris
4. H. S. M. Coxter, S. L. Greitzer *Geometry revisited*, Toronto New York
5. A. Neugebauer *Wstęp do planimetrii*, Wydawnictwo Naukowe US, Szczecin

## Uwagi

Zmodyfikowane przez dr Robert Dylewski, prof. UZ (ostatnia modyfikacja: 18-09-2019 11:03)

Wygenerowano automatycznie z systemu SylabUZ