

Mathematical Analysis 1 - course description

General information	
Course name	Mathematical Analysis 1
Course ID	11.1-WK-MATP-AM1-Ć-S14_pNadGenV484I
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Mathematics
Education profile	academic
Level of studies	First-cycle studies leading to Bachelor's degree
Beginning semester	winter term 2020/2021

Course information	
Semester	1
ECTS credits to win	10
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	prof. dr hab. Witold Jarczyk

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Class	60	4	-	-	Credit with grade
Lecture	60	4	-	-	Exam

Aim of the course

Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami analizy matematycznej: zbieżność ciągu i szeregu, granica, ciągłość i pochodna funkcji, a także ze związkami między tymi pojęciami.

Prerequisites

Znajomość matematyki w zakresie szkoły ponadgimnazjalnej.

Scope

Wykład

I. Liczby rzeczywiste i zespolone

1. Aksjomatyka liczb rzeczywistych. Kresy (4 godz.)
2. Pierwiastek liczby nieujemnej (2 godz.)
3. Liczby zespolone (4 godz.)
4. Rozszerzony zbiór liczb rzeczywistych (1 godz.)

II. Funkcje elementarne I

1. Wielomiany i funkcje wymierne. Funkcje potęgowe zmiennej rzeczywistej o wykładniku wymiernym (1 godz.)
2. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej. Postać trygonometryczna liczby zespolonej (3 godz.)

III. Ciągi i szeregi liczbowe

1. Ciągi liczbowe i ich zbieżność. Ciągi ograniczone. Warunek Cauchy'ego (2 godz.)
2. Obliczanie granic ciągów (3 godz.)
3. Granica górna i granica dolna ciągu (1 godz.)
4. Szeregi liczbowe – podstawy (3 godz.)
5. Szeregi o wyrazach nieujemnych. Kryteria porównawcze. Kryteria Cauchy'ego i d'Alemberta (4 godz.)
6. Zbieżność bezwzględna, bezwarunkowa i warunkowa. Twierdzenie Riemanna (2 godz.)
7. Mnożenie szeregów. Twierdzenie Mertensa (2 godz.)

IV. Granica i ciągłość funkcji jednej zmiennej

1. Granica funkcji (2 godz.)
2. Ciągłość. Twierdzenie Darboux (2 godz.)
3. Ekstrema absolutne. Twierdzenie Weierstrassa (1 godz.)
4. Granica a ciągłość (1 godz.)
5. Granice funkcji zmiennej rzeczywistej. Granice jednostronne (1 godz.)
6. Granice funkcji rzeczywistych. Twierdzenie o trzech funkcjach (1 godz.)
7. Asymptoty (1 godz.)

V. Ciągi i szeregi funkcyjne

1. Zbieżność punktowa i jednostajna (3 godz.)
2. Szeregi funkcyjne. Kryteria Weierstrassa i Dirichleta (1 godz.)
3. Szeregi potęgowe. Twierdzenie Cauchy'ego-Hadamarda (1 godz.)

VI. Funkcje elementarne II

1. Funkcje wykładnicze. Funkcje logarytmiczne zmiennej rzeczywistej (2 godz.)
2. Funkcje potęgowe zmiennej rzeczywistej (1 godz.)
3. Funkcje trygonometryczne i cyklometryczne (2 godz.)

VII. Funkcje monotoniczne i wypukłe

1. Funkcje monotoniczne (2 godz.)
2. Funkcje wypukłe (informacyjnie; część materiału, wskazana przez wykładowcę, winna być opanowana przez studenta samodzielnie, na podstawie materiałów wskazanych przez prowadzącego) (1 godz.)

VIII. Elementarny rachunek różniczkowy I

1. Pochodna i jej interpretacja. Różniczkalność funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Podstawowe wzory związane z pochodnymi. Pochodne funkcji elementarnych (3 godz.)
2. Twierdzenia o wartości średniej Rolle'a, Cauchy'ego i Lagrange'a. Charakterystyka monotoniczności (2 godz.)
3. Reguła de L'Hospitala (1 godz.)
4. Pochodne wyższych rzędów i wzór Taylora (2 godz.)

Ćwiczenia

I. Liczby rzeczywiste i zespolone

1. Stosowanie aksjomatów zbioru liczb rzeczywistych w prostych dowodach (2 godz.)
2. Poznawanie podstawowych własności zbiorów liczb wymiernych i niewymiernych. Wyznaczanie kresów zbiorów liczb rzeczywistych (3 godz.)
3. Zaznaczanie zbiorów liczb zespolonych na płaszczyźnie. Operacje na liczbach zespolonych. Rozwiązywanie równań algebraicznych w dziedzinie zespolonej (2 godz.)

II. Funkcje elementarne I

1. Przykłady pojawiania się funkcji elementarnych w prostych zagadnieniach poza matematyką (1 godz.)
2. Znajdowanie postaci trygonometrycznej liczby zespolonej. Wyznaczanie pierwiastków liczb zespolonych (2 godz.)

III. Ciągi i szeregi liczbowe

1. Badanie zbieżności ciągów liczbowych przy użyciu definicji (2 godz.)
2. Badanie zbieżności poprzez warunek Cauchy'ego (1 godz.)
3. Badanie zbieżności ciągów monotonicznych i ograniczonych (2 godz.)
4. Ciągi rekurencyjne. Zastosowanie twierdzenia o trzech ciągach (1 godz.)
5. Wyznaczanie granic górnych i dolnych (1 godz.)
6. Badanie zbieżności szeregów liczbowych. Stosowanie kryteriów zbieżności (5 godz.)
7. Obliczanie sumy szeregu (1 godz.)
8. Obliczanie iloczynu Cauchy'ego szeregów (1 godz.)

Kolokwium (2 godz.)

IV. Granica i ciągłość funkcji jednej zmiennej

1. Badanie istnienia i wyznaczanie wartości granicy funkcji (4 godz.)
2. Badanie ciągłości funkcji (2 godz.)

V. Ciągi i szeregi funkcyjne

1. Badanie zbieżności jednostajnej ciągów funkcyjnych (2 godz.)
2. Badanie zbieżności jednostajnej szeregów funkcyjnych (2 godz.)
3. Ćwiczenie zastosowania kryterium Weierstrassa do badania zbieżności jednostajnej szeregów funkcyjnych (1 godz.)
4. Wyznaczanie środka i promienia zbieżności szeregu potęgowego (3 godz.)

VI. Funkcje elementarne II

1. Własności funkcji wykładniczych i trygonometrycznych zmiennej zespolonej – ćwiczenie prostego dowodzenia rachunkowego (2 godz.)

Kolokwium (2 godz.)

VII. Funkcje monotoniczne i wypukłe

1. Badanie wypukłości funkcji przy użyciu definicji (1 godz.)
2. Dowodzenie pewnych nierówności poprzez sprawdzenie wypukłości stosownej funkcji (1 godz.)

VIII. Elementarny rachunek różniczkowy I

- 1. Obliczanie pochodnych z definicji. Badanie różniczkowości. Wyznaczanie stycznej i normalnej do krzywej (5 godz.)
- 2. Stosowanie twierdzeń o wartości średniej, badanie monotoniczności funkcji różniczkowalnych, dowodzenie nierówności (3 godz.)
- 3. Obliczanie granic funkcji przy pomocy reguły de L'Hospitala (2 godz.)
- 4. Stosowanie wzoru Taylora do przybliżania wartości funkcji (2 godz.)

Kolokwium (2 godz.)

Teaching methods

Tradycyjny wykład; ćwiczenia, w ramach których studenci rozwiązują zadania i dyskutują, a także przygotowują notki biograficzne matematyków, których nazwiska pojawiają się na wykładzie; praca w grupach; praca z książką i przy pomocy internetu.

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student potrafi zbadać zbieżność szeregu liczbowego, a także zbieżność jednostajną szeregu funkcyjnego.	K_U10	praca zespołowa w podgrupach	- Lecture - Class
Student potrafi wyznaczać kresy zbiorów liczb rzeczywistych, zna przykłady liczb niewymiernych.	K_U01 K_U08	dyskusja	- Lecture - Class
Student zna pojęcie kresu zbioru i ilustrujące je przykłady.	K_W05 K_W06	opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	- Lecture - Class
Student zna i rozumie pojęcia granicy ciągu i funkcji oraz zbieżności szeregu.	K_W07	dyskusja	- Lecture - Class
Student zna metody analizy matematycznej pozwalające na budowę modeli o średnim stopniu złożoności w innych dziedzinach nauki.	K_W03	- an observation and evaluation of activities during the classes - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Class
Student oblicza pochodne i posługuje się nimi w badaniu monotoniczności funkcji.	K_U12	opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	- Lecture - Class
Student oblicza granice funkcji przy pomocy reguły de L'Hospitala.	K_U10 K_U12	- an observation and evaluation of activities during the classes - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Class
Student sprawdza ciągłość funkcji.	K_U10	dyskusja	- Lecture - Class
Student potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze i Internecie.	K_K06	opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	- Lecture - Class
Student umie obliczać granice ciągów i funkcji.	K_U10	- an observation and evaluation of activities during the classes - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Class
Student zna podstawowe funkcje elementarne.	K_W04 K_W07	- an observation and evaluation of activities during the classes - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Class
Student zna podstawowe kryteria zbieżności jednostajnej szeregów funkcyjnych.	K_W04	- an observation and evaluation of activities during the classes - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Class
Student wie czym jest reguła de L'Hospitala.	K_W04 K_W07	praca zespołowa w podgrupach	- Lecture - Class

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student zna i rozumie pojęcie pochodnej oraz dowód twierdzenia Lagrange’a o wartości średniej.	K_W04 K_W07	- an observation and evaluation of activities during the classes - sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	Class
Student wie co to funkcja ciągła i zna podstawowe własności funkcji ciągłych.	K_W04 K_W07	dyskusja	- Lecture - Class

Assignment conditions

- Trzy kolokwia z zadaniami o zróżnicowanym stopniu trudności, pozwalającymi na sprawdzenie, czy student osiągnął efekty kształcenia w stopniu minimalnym.
- Egzamin w postaci testu z progami punktowymi.

Ocena z przedmiotu jest średnią arytmetyczną oceny z ćwiczeń i oceny z egzaminu. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Recommended reading

- Witold Jarczyk, *Notatki do wykładu z analizy matematycznej*, <http://www.wmie.uz.zgora.pl/~wjarczyk/materialy.html>
- Witold Jarczyk, *Zadania z analizy matematycznej*, <http://www.wmie.uz.zgora.pl/~wjarczyk/materialy.html>

Further reading

- Józef Banaś, Stanisław Wędrychowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1993.
- Witold Kołodziej, *Analiza matematyczna*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1986.
- Walter Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2002.

Notes

Modified by dr Alina Szelecka (last modification: 05-06-2020 12:18)

Generated automatically from SylabUZ computer system