

Functional Analysis - course description

General information	
Course name	Functional Analysis
Course ID	11.1-WK-MATD-AF-W-S14_pNadGenVA8GI
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Mathematics
Education profile	academic
Level of studies	Second-cycle studies leading to MS degree
Beginning semester	winter term 2020/2021

Course information	
Semester	2
ECTS credits to win	6
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	prof. dr hab. Marian Nowak

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Lecture	30	2	-	-	Exam
Class	30	2	-	-	Credit with grade

Aim of the course

Zapoznanie studentów z podstawowymi własnościami przestrzeni Banacha i Hilberta oraz podstawami teorii operatorów liniowych na przestrzeniach Banacha.

Prerequisites

Zakłada się znajomość postaw teorii mnogości, topologii metrycznej, algebry liniowej, analizy matematycznej oraz elementów teorii miary i całki.

Scope

Wykład

Przestrzenie unormowane i przestrzenie Banacha

1. Przestrzenie unormowane i przestrzenie Banacha. Podstawowe definicje i własności. Przykłady ciągłych i funkcyjnych przestrzeni Banacha. (3 godz.)
2. Szeregi w przestrzeniach unormowanych. Definicje i przykłady. (1 godz.)
3. Produkt kartezjański przestrzeni unormowanych. Uzupełnienie przestrzeni unormowanej. (2 godz.)
4. Przestrzenie unormowane skończone wymiarowe. Zupełność przestrzeni skończone-wymiarowych. Zwartość zbiorów w przestrzeniach skończone wymiarowych. Twierdzenie Riesz. (3 godz.)

Operatory liniowe ograniczone na przestrzeniach unormowanych

1. Podstawowe własności liniowych operatorów ograniczonych. Przykłady ograniczonych operatorów liniowych na ciągłych i funkcyjnych przestrzeniach Banacha. (2 godz.)
2. Norma ograniczonego operatora liniowego. Przestrzeń ograniczonych operatorów liniowych. Przestrzeń sprzężona do przestrzeni unormowanej. (2 godz.)
3. Zwarte operatory liniowe na przestrzeniach Banacha. (2 godz.)
4. Zasada jednostajnej ograniczoności i jej zastosowania. (2 godz.)
5. Twierdzenie o operatorze odwrotnym i twierdzenie o domkniętym wykresie. (2 godz.)
6. Twierdzenie Hahna-Banacha i jego zastosowania. (2 godz.)
7. Ogólna postać ciągłych funkcjonałów liniowych nad klasycznymi ciągłymi przestrzeniami Banacha. (2 godz.)

Przestrzenie Hilberta

1. Przestrzenie unitarne i przestrzenie Hilberta – podstawowe definicje i własności. Przykłady. (2 godz.)
2. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym w przestrzeniach Hilberta i jego zastosowania. (2 godz.)
3. Ogólna postać ciągłych funkcjonałów liniowych na przestrzeniach Hilberta. (1 godz.)
4. Układy ortogonalne w przestrzeniach Hilberta. Szeregi Fouriera w przestrzeniach Hilberta. (4 godz.)

Ćwiczenia

Przestrzenie unormowane i przestrzenie Banacha

1. Przykłady ciągłych i funkcyjnych przestrzeni liniowych. Podstawowe własności. Nierówności Holdera i Minkowskiego. (3 godz.)
2. Sprawdzanie warunków normy na przestrzeniach ciągłych i funkcyjnych. Wykazywanie zupełności klasycznych ciągłych i funkcyjnych przestrzeni unormowanych. (3 godz.)

- 3. Wyznaczanie normy elementów w przestrzeniach ciągowych i funkcyjnych. (3 godz.)
- 4. Porównywanie norm w przestrzeniach unormowanych. (1 godz.)
- 5. Kolokwium. (2 godz.)

Operatory liniowe ograniczone na przestrzeniach unormowanych

- 1. Sprawdzanie liniowości i ograniczoności funkcjonałów i operatorów określonych na ciągowych i funkcyjnych przestrzeniach unormowanych. (3 godz.)
- 2. Wyznaczanie normy funkcjonałów unormowanych na ciągowych i funkcyjnych przestrzeniach. (3 godz.)

Przestrzenie Hilberta

- 1. Przykłady przestrzeni Hilberta. Podstawowe własności. (2 godz.)
- 2. Sprawdzanie warunków iloczynu skalarnego w przestrzeniach ciągowych i funkcyjnych. (2 godz.)
- 3. Badanie własności geometrycznych i topologicznych przestrzeni Hilberta. (4 godz.)
- 4. Badanie układów ortogonalnych w przestrzeniach Hilberta (2 godz.)
- 5. Kolokwium.(2 godz.).

Teaching methods

Wykład konwencyjony . Ćwiczenia audytoryjne , rozwiązywanie zadań i problemów

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student potrafi wykazać proste własności geometryczne i topologiczne przestrzeni Banacha i Hilberta.	K_U01	- an evaluation test - an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes - an ongoing monitoring during classes	- Lecture - Class
Student posługuje się pojęciem ograniczonego operatora linowego. Zna najważniejsze własności topologiczne operatorów.	K_W05 K_U13	- a discussion - an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes - an ongoing monitoring during classes	- Lecture - Class
Student rozumie pojęcie ortogonalności w przestrzeniach unitarnych; posiada umiejętność wskazania układów ortogonalnych w konkretnych przestrzeniach Hilberta; zna dowód twierdzenia o rzucie ortogonalnym w przestrzeni Hilberta oraz dowód nierówności Bessela.	K_U09	- a discussion - an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes - an ongoing monitoring during classes	- Lecture - Class
Student rozpoznaje przykłady przestrzeni Banacha i Hilberta oraz operatorów i funkcjonałów liniowych występujących w analizie matematycznej; np. całka , pochodna funkcji , suma szeregu , granica ciągu.; potrafi stosować podstawowe pojęcia analizy funkcjonalnej w innych działach matematyki. Student rozumie, że analiza funkcjonalna jest połączeniem pojęć i metod algebry liniowej, topologii i analizy matematycznej w przypadku nieskończenie wymiarowych przestrzeni wektorowych.	K_U04	- an evaluation test - an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes - an ongoing monitoring during classes	- Lecture - Class

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student potrafi rozpoznawać strukturę przestrzeni Banacha lub Hilberta w konkretnych przestrzeniach występujących w analizie lub geometrii.	• K_W08	- an evaluation test - an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes - an ongoing monitoring during classes	- Lecture - Class
Student rozpoznaje przykłady przestrzeni Banacha i Hilberta oraz operatorów i funkcjonałów liniowych występujących w analizie matematycznej; np. całka , pochodna funkcji , suma szeregu , granica ciągu.; potrafi stosować podstawowe pojęcia analizy funkcjonalnej w innych działach matematyki.	• K_U04	- an evaluation test - an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes - an ongoing monitoring during classes	- Lecture - Class
Student potrafi zdefiniować i rozumie pojęcie przestrzeni Banacha i przestrzeni Hilberta. Zna najważniejsze przykłady i własności przestrzeni Banacha i Hilberta.	• K_U08	- an evaluation test - an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes - an ongoing monitoring during classes	- Lecture - Class
Student Potrafi wyznaczyć normę elementów w niektórych przestrzeniach ciągowych i funkcyjnych.	• K_U01	- an evaluation test - an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes - an ongoing monitoring during classes	- Lecture - Class

Assignment conditions

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (40%) oraz ocena z egzaminu (60%). Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Recommended reading

1. J. Musielak, Wstęp do analizy funkcjonalnej, PWN, Warszawa 1976.
2. T. Pytlik, Analiza funkcjonalna, Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego 2000.
3. S. Prus , A. Stachura, Analiza funkcjonalna w zadaniach , PWN, Warszawa 2007.

Further reading

1. J . Chmieliński, Analiza funkcjonalna – notatki do wykładu, Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej, Kraków 1999.
2. J. Górniak ,T. Pytlik, Analiza funkcjonalna w zadaniach, Politechnika Wrocławska, 1992.

Notes

Modified by dr Alina Szelecka (last modification: 05-06-2020 12:21)

Generated automatically from SylabUZ computer system