

Logika i teoria mnogości - opis przedmiotu

Informacje ogólne	
Nazwa przedmiotu	Logika i teoria mnogości
Kod przedmiotu	11.1-WK-MATP-LTM-W-S14_pNadGenJ30JE
Wydział	Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Kierunek	Matematyka
Profil	ogólnoakademicki
Rodzaj studiów	pierwszego stopnia z tyt. licencjata
Semestr rozpoczęcia	semestr zimowy 2021/2022

Informacje o przedmiocie	
Semestr	1
Liczba punktów ECTS do zdobycia	6
Typ przedmiotu	obowiązkowy
Język nauczania	polski
Sylabus opracował	dr hab. Krzysztof Przesławski, prof. UZ

Formy zajęć					
Forma zajęć	Liczba godzin w semestrze (stacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne)	Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne)	Forma zaliczenia
Wykład	30	2	-	-	Egzamin
Ćwiczenia	30	2	-	-	Zaliczenie na ocenę

Cel przedmiotu

Poznanie podstawowych pojęć i metod w zakresie logiki i teorii mnogości.

Wymagania wstępne

Wiedza matematyczna w zakresie szkoły średniej.

Zakres tematyczny

WYKŁAD

- Rachunek zdań.** Spójniki logiczne. Wartościowanie. Tautologie. Podstawowe reguły dowodzenia. (3 godz.)
- Zbiory.** Relacje należenia i zawierania; równość zbiorów. Funkcja zdaniowa. Operacje na zbiorach: suma, przekrój, różnica, różnica symetryczna, dopełnienie; prawa rachunku zbiorów, prawa de Morgana. Iloczyn kartezjański dwu zbiorów. (3 godz.)
- Kwantyfikatory.** Definicja, podstawowe własności. Operacje na dowolnych rodzinach zbiorów. (2 godz.)
- Relacje i funkcje.** Dziedzina i przeciwdziedzina. Podstawowe typy relacji. Funkcje jako relacje. Indeksowane rodziny zbiorów: sumy, przekroje, prawa de Morgana. Funkcje zdaniowe – wyróżnianie podzbiorów. Injekcje, surjekcje, bijekcje; obcięcie i przedłużenie funkcji; składanie funkcji; funkcje odwrotne. Obrazy i przeciwobrazy. Sposoby określania funkcji. (4 godz.)
- Indukcja matematyczna.** Aksjomatyka Peana. Zasada indukcji matematycznej i jej równoważne formy. Ciągi rekurencyjne. Zliczanie zbiorów skończonych; zasada włączania-wyłączania. (3 godz.)
- Relacje c.d.** Relacje równoważności: klasy abstrakcji a podziały; konstrukcje ilorazowe: zbiór liczb wymiernych. Produkty uogólnione; relacje wielocłonowe. (3 godz.)
- Moc zbioru.** Zbiory skończone; zbiory przeliczalne: przeliczalność zbioru: liczb całkowitych, liczb wymiernych i liczb algebraicznych. Twierdzenie Cantora-Bernsteina. Twierdzenie Cantora o zbiorach potęgowych; nieprzeliczalność rodziny wszystkich podzbiorów zbioru liczb naturalnych. Nieprzeliczalność zbioru liczb rzeczywistych; inne zbiory mocy continuum: produkt zbiorów mocy continuum. Hipoteza continuum. Rachunek mocy (7 godz.)
- Relacje porządkujące.** Częściowe porządki: elementy wyróżnione: element największy, maksymalny, kres górny itp.; kraty zupełne – twierdzenie Tarskiego o punkcie stałym; izomorfizm zbiorów częściowo uporządkowanych: realizacja częściowego porządku w formie inkluzji. Relacje preferencji. Porządki liniowe gęste, ciągłe, dobre. (3 godz.)
- Aksjomat wyboru.** Twierdzenie Hausdorffa o istnieniu łańcucha maksymalnego. Lemat Kuratowskiego-Zorna; istnienie baz Hamela. Zasada dobrego uporządkowania; liczby kardynalne. (2 godz.)

ĆWICZENIA

- Rachunek zdań.** Obliczanie wartości zdania w zależności od wartości zmiennych. Sprawdzanie czy zdanie jest tautologią. Zdania równoważne – zapisywanie zdania równoważnego za pomocą danych spójników. (3 godz.)
- Zbiory.** Operacje na zbiorach: sprawdzanie równości zawierania zbiorów określonych za pomocą innych działań. Dowody prostych zależności zachodzących między zbiorami. (3 godz.)
- Kwantyfikatory.** Zapisywanie twierdzeń z użyciem kwantyfikatorów i symboli logicznych. (3 godz.)
- Relacje i funkcje.** Sprawdzanie własności relacji i funkcji. Wyznaczanie dziedziny i przeciwdziedziny relacji i funkcji. Składanie funkcji. Manipulowanie indeksowanymi rodzinami zbiorów. Obrazy i przeciwobrazy zbiorów. (3 godz.)
- Kolokwium (2 godz.)**
- Indukcja matematyczna.** Przykłady rozumowań indukcyjnych. Funkcje określone indukcyjnie – wyznaczanie wartości, badanie własności. (3 godz.)

7. **Relacje c.d.** Sprawdzanie czy dana relacja jest równoważności. Zastosowania relacji równoważności w prostych konstrukcjach algebraicznych. (3 godz.)
8. **Moc zbioru.** Porównywanie mocy zbiorów. Przykłady zbiorów przeliczalnych i mocy continuum (zbiór Cantora). (5 godz.)
9. **Relacje porządkujące.** Sprawdzanie własności relacji porządkujących. Przykłady gęstych podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych. Przykłady krat zupełnych. Przykłady zbiorów dobrze uporządkowanych innych niż zbiór liczb naturalnych. Element graniczny, indukcja pozaskończona. (3 godz.)
10. **Kolokwium (2 godz.)**

Metody kształcenia

Tradycyjny wykład; ćwiczenia, w ramach których studenci rozwiązują zadania.

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student potrafi posługiwać się kwantyfikatorami oraz spójnikami logicznymi.	K_U02	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - odpowiedź ustna - sprawdzian	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi posługiwać się prostymi diagramami wspomagającymi rozumowanie (diagramy Venna i Hassego, grafy na przedstawienie relacji).	K_U04	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - odpowiedź ustna - sprawdzian	- Wykład - Ćwiczenia
Student wie, że istnieją nieskończone zbiory nierównoliczne i potrafi to uzasadnić, a także podać przykłady.	K_U07	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - odpowiedź ustna - sprawdzian	- Wykład - Ćwiczenia
Student rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki.	K_W01	odpowiedź ustna	Ćwiczenia
Student umie przeprowadzić proste rozumowanie metodą indukcji zupełnej; wie co to jest ciąg rekurencyjny.	K_U03	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - odpowiedź ustna - sprawdzian	- Wykład - Ćwiczenia
Student rozumie znaczenie dowodu potrafi swoje zrozumienie zilustrować prostymi przykładami.	K_W02	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - odpowiedź ustna - sprawdzian	- Wykład - Ćwiczenia

Warunki zaliczenia

Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu. Egzamin składa się z kilkunastu zadań. Na jedno zadanie składa się kilka stwierdzeń, których prawdziwość należy rozstrzygnąć. Dla wybranych stwierdzeń należy podać uzasadnienie: „To stwierdzenie jest prawdziwe (fałszywe), bo...” Forma egzaminu może ulec zmianie.

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (40%), ocena z egzaminu (60%). Prowadzący może podnieść ocenę o pół stopnia, jeśli uzna, że student na to zasługuje (np. ponadprzeciętne zaangażowanie studenta; interesujące rozwiązanie zadania itp.)

Literatura podstawowa

1. W. Guzicki, P. Zakrzewski, *Wykłady ze wstępu do matematyki*, PWN, Warszawa, 2005.
2. W. Guzicki, P. Zakrzewski, *Wstęp do matematyki. Zbiór zadań*, PWN, Warszawa, 2005.
3. H. Rasiowa, *Wstęp do matematyki współczesnej*, PWN. (wiele wydań).

Literatura uzupełniająca

1. W. Marek, J. Onyszkiewicz, *Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach*, PWN. (wiele wydań)
2. J. Cichoń, *Wykłady ze wstępu do matematyki*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 2003.

Książki wpisane jako literatura uzupełniająca wystarczają do studiowania przedmiotu.

Uwagi

Zmodyfikowane przez dr Alina Szelecka (ostatnia modyfikacja: 05-05-2021 13:34)