

General Algebra - course description

General information	
Course name	General Algebra
Course ID	11.1-WK-MATP-AO-W-S14_pNadGenCRRVT
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Mathematics
Education profile	academic
Level of studies	First-cycle studies leading to Bachelor's degree
Beginning semester	winter term 2021/2022

Course information	
Semester	3
ECTS credits to win	4
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	dr Joanna Skowronek-Kaziów

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Lecture	30	2	-	-	Exam
Class	30	2	-	-	Credit with grade

Aim of the course

Celem jest uzyskanie przez studenta umiejętności i kompetencji w zakresie kursu algebry abstrakcyjnej (elementy teorii grup, pierścieni, ciał i krat).

Prerequisites

Przystępujący do kursu Algebry ogólnej student powinien mieć opanowany materiał obejmujący Algebrę liniową 1 i 2.

Scope

Wykład

- Własności działań, struktury algebraiczne. Grupy, grupy abelowe, cykliczne, podgrupy, grupa permutacji, grupy torsyjne. Twierdzenie Cayleya i twierdzenie Lagrange'a. Momorfizmy grup, podgrupy normalne, kongruencje w grupach. Grupa ilorazowa, twierdzenie o izomorfizmie dla grup. (8 godz.)
- Pierścienie, podpierścienie, ideały, kongruencje w pierścieniach, pierścień ilorazowy. Twierdzenie o izomorfizmie dla pierścieni, ideały główne, ideały pierwsze i maksymalne. Ciało, ciała skończone, ciała proste, ciało ułamków. (4 godz.)
- Pierścienie z jednoznacznością rozkładu, własności elementów w pierścieniu głównym i w pierścieniu euklidesowym, elementy odwracalne, elementy pierwsze i elementy rozkładalne. Pierścień liczb całkowitych, twierdzenia o liczbach pierwszych, zasadnicze twierdzenie arytmetyki, przystawanie liczb całkowitych, Chińskie twierdzenie o resztach, Twierdzenie Eulera. (8 godz.)
- Pierścień wielomianów jednej i wielu zmiennych, pierwiastki wielomianów, Twierdzenie Bezout, rozkładalność wielomianu, twierdzenie Gaussa, kryterium Eisensteina-Shönemanna. Element algebraiczny względem ciała, wielomian minimalny. Rozszerzenia ciał. Ciało algebraicznie domknięte. Twierdzenie Hilberta o zerach. (6 godz.)
- Kraty, podkraty, krata podalgebr danej algebry ogólnej. Twierdzenie Dedekinda-Birkhoffa. Algebra Boole'a. (4 godz.)

Ćwiczenia

- Sprawdzanie własności grup (cykliczność, abelowość, torsyjność), wyznaczanie podgrup danej grupy (twierdzenie Lagrange'a), wyznaczanie jądra homomorfizmu, znajdowanie dzielników normalnych danej grupy oraz jej obrazów homomorficznych poprzez konstrukcję odpowiednich grup ilorazowych (zastosowanie Twierdzenia o izomorfizmie dla grup), dowodzenie związków kongruencji w grupach z podgrupami normalnymi. (8 godz.)
- Wyznaczanie podpierścieni (podciał) pierścienia (ciała) oraz badanie własności ideałów danego pierścienia, wyznaczanie obrazów homomorficznych pierścienia poprzez konstrukcję pierścieni ilorazowych. (4 godz.)
- Sprawdzanie, czy dany pierścień jest pierścieniem z jednoznacznością rozkładu, pierścieniem głównym lub euklidesowym, wyznaczanie elementów odwracalnych, sprawdzanie czy dany element pierścienia jest elementem pierwszym lub rozkładalnym. Wyznaczanie największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności elementów, przy zastosowaniu algorytmu Euklidesa, w pierścieniach euklidesowych. Wyznaczanie elementów odwrotnych w moltiplikatywnej grupie $C(n)$ elementów odwracalnych pierścienia Z_n stosując rozszerzony algorytm Euklidesa, obliczanie rzędu grupy $\Phi(n)$ poprzez obliczanie wartości funkcji Eulera dla liczb n . Chińskie twierdzenie o resztach w zadaniach. (8 godz.)
- Sprawdzanie czy element jest algebraiczny nad danym ciałem, sprawdzanie rozkładalności wielomianu w pierścieniach $Z[x]$ i $Q[x]$, znajdowanie rozszerzenia ciała oraz ciała rozkładu danego wielomianu. (6 godz.)
- Wyznaczanie (diagram Hasse'a) kraty podgrup normalnych (ideałów) danej grupy (pierścienia), wyznaczanie infimum i supremum zbioru elementów oraz elementów wyróżnionych dla tej kraty. Sprawdzanie, czy krata jest rozdzielna i modularna stosując Twierdzenie Dedekinda-Birkhoffa o podkratach zabronionych. Sprawdzanie, czy krata jest algebrą Boole'a. (4 godz.)

Teaching methods

Wykłady: wykład konwencjonalny; wykład problemowy. Ćwiczenia: wspólne rozwiązywanie zadań związanych z tematyką przedmiotu, dowodzenie dodatkowych twierdzeń, ćwiczenia obrazujące zastosowanie teorii, rozwiązywanie zadań problemowych, dyskusja.

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student zna przykłady grup, pierścieni, ciał i krat oraz potrafi wskazać podalgebry danej algebry korzystając z odpowiednich kryteriów i twierdzeń (np. wyznaczając podgrupy kieruje się Twierdzeniem Lagrange’a).	K_W05	- an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes - dyskusja	- Lecture - Class
Student zna przykłady liczb algebraicznych na ciałem liczb wymiernych oraz przykłady liczb przestępnych.	K_U08	- an evaluation test - an observation and evaluation of activities during the classes	Class
Student potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania algebr ilorazowych (grupy ilorazowe, pierścienie ilorazowe) lub produktów kartezjańskich (sumy i iloczyny proste grup).	K_U05	- an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes	- Lecture - Class
Student rozpoznaje struktury algebraiczne (monoidy, półgrupy, grupy, pierścienia, ciała, kraty) w różnych obszarach matematycznych (zbiory liczbowe, zbiory macierzy, funkcji, ciągów, wektorów czy liczb zespolonych względem odpowiednich działań).	K_U17	- an evaluation test - an observation and evaluation of activities during the classes	- Lecture - Class
Student potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w celu dowodzenia dodatkowych faktów, których dowody są pomijane na wykładach (np. dowód łączności działań modulo n , czy lemat Gaussa dotyczący wielomianów pierwotnych).	K_K06	- activity during the classes - rozwiązywanie dodatkowych zadań oraz samodzielne przedstawianie dowodów twierdzeń	Class
Student zna podstawowe twierdzenia algebry abstrakcyjnej i umie je dowodzić – takie jak Twierdzenie Lagrange’a dla grup i Twierdzenie o Izomorfizmie dla Grup.	K_W04	an exam - oral, descriptive, test and other	Lecture
Student stosuje diagramy Hassego do opisanía kraty podgrup normalnych danej grupy lub kraty ideałów danego pierścienia.	K_U04	- an exam - oral, descriptive, test and other - an observation and evaluation of activities during the classes	- Lecture - Class

Assignment conditions

Na ocenę z ćwiczeń składają się wyniki osiągnięte na kolokwiah (80%) oraz aktywność na zajęciach (20%). Egzamin składa się z części pisemnej oraz ustnej ale warunkiem przystąpienia do części ustnej jest uzyskanie minimum 30% punktów z części pisemnej.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (50%) oraz ocena z egzaminu (50%). Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Recommended reading

- A. Białynicki-Birula, Zarys algebry, BM tom 63, PWN, Warszawa, 1987.
- M. Bryński, Algebra dla studentów matematyki, PWN, Warszawa 1987.
- B. Gleichgewicht, Algebra, Oficyna GiS, 2002.
- J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa, 2000.

Further reading

- G. Birkhoff, T.C. Bartee, Współczesna algebra stosowana, PWN, Warszawa, 1983.
- M. Bryński, J. Jurkiewicz, Zbiór zadań z algebry, PWN, Warszawa 1985.
- A.I. Kostykin, Wstęp do algebry, cz. I, III, PWN, Warszawa, 2005.
- R. Lidl, Algebra dla przyrodników i inżynierów, PWN, Warszawa 1983.
- A. Mostowski, M. Stark, Algebra wyższa, cz. I, II, III, PWN, 1966.

Notes

Modified by dr Alina Szelecka (last modification: 05-05-2021 13:34)