

Topologia - opis przedmiotu

Informacje ogólne	
Nazwa przedmiotu	Topologia
Kod przedmiotu	11.1-WK-MATP-T-Ć-S14_pNadGenNJ33K
Wydział	Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Kierunek	Matematyka
Profil	ogólnoakademicki
Rodzaj studiów	pierwszego stopnia z tyt. licencjata
Semestr rozpoczęcia	semestr zimowy 2021/2022

Informacje o przedmiocie	
Semestr	6
Liczba punktów ECTS do zdobycia	6
Typ przedmiotu	obowiązkowy
Język nauczania	polski
Sylabus opracował	prof. dr hab. Marian Nowak

Formy zajęć					
Forma zajęć	Liczba godzin w semestrze (stacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne)	Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne)	Forma zaliczenia
Ćwiczenia	30	2	-	-	Zaliczenie na ocenę
Wykład	30	2	-	-	Egzamin

Cel przedmiotu

Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami topologii przestrzeni metrycznych: przestrzeń metryczna, zbieżność ciągu, granica i ciągłość funkcji, ośrodkowość, zwartość, zupełność i spójność przestrzeni metrycznej.

Wymagania wstępne

Znajomość postaw teorii mnogości i analizy matematycznej.

Zakres tematyczny

Wykład

Przestrzenie metryczne

1. Podstawowe własności i przykłady przestrzeni metrycznych. Przestrzenie funkcyjne. (2 godz.)
2. Topologia wyznaczona przez metrykę. Baza przestrzeni metrycznej. Układ otoczeń. Wnętrze i domknięcie zbioru. Zbiory otwarte i domknięte. (2 godz.)
3. Zbieżność ciągów w przestrzeniach metrycznych. Porównywanie metryk. (1 godz.)
4. Podprzestrzenie przestrzeni metrycznych. Iloczyn kartezjański przestrzeni metrycznych. (2 godz.)
5. Różne rodzaje zbiorów w przestrzeniach metrycznych. (1 godz.)
6. Przestrzenie metryczne ośrodkowe – podstawowe własności i przykłady (1 godz.).

Przekształcania ciągle przestrzeni metrycznych

1. Przekształcania ciągle i ich charakteryzacje. Przekształcenia jednostajnie ciągle. (3 godz.)
2. Homeomorfizmy i izometrie przestrzeni metrycznych. Niezmienniki topologiczne. (1 godz.)
3. Zbieżność ciągów funkcyjnych. (1 godz.)

Przestrzenie metryczne zupełne

1. Przestrzenie zupełne. Podstawowe własności i przykłady. (2 godz.)
2. Uzupełnienie przestrzeni metrycznych.(1 godz.)
3. Twierdzenie Baire’a o kategoriach. Metoda kategorii Baire’a. (1 godz.)
4. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym.(1 godz.)

Przestrzenie metryczne zwarte

1. Przestrzenie zwarte. Podstawowe własności i przykłady. (2 godz.)
2. Charakteryzacje zwartych przestrzeni metrycznych. Twierdzenie Borela-Lebesgue’a (2 godz.)
3. Produkt kartezjański przestrzeni zwartych. (1 godz.)
4. Charakteryzacja zbiorów zwartych w przestrzeni Euklidesowej (1 godz.)
5. Własności przekształceń ciągłych na zwartych przestrzeniach metrycznych. Twierdzenie Weierstrassa. (3 godz.)

Przestrzenie metryczne spójne i łukowo spójne

1. Przestrzenie spójne. Podstawowe własności i przykłady. (1 godz.)
2. Własności przekształceń ciągłych na spójnych przestrzeniach metrycznych. (1 godz.)

Ćwiczenia

Przestrzenie metryczne

1. Podstawowe własności metryk. Przestrzenie Euklidesowe i przestrzenie funkcyjne. (2 godz.)
2. Sprawdzanie warunków metryki w konkretnych przestrzeniach funkcyjnych. (3 godz.)
3. Porównywanie różnych metryk na płaszczyźnie. (2 godz.)
4. Badanie produktów kartezjańskich przestrzeni metrycznych. (2 godz.)
5. Operacje na zbiorach w przestrzeni metrycznej, np. wyznaczanie wnętrza i domknięcia zbiorów dla różnych metryk. (4 godz.)
6. Badanie zbieżności i punktów skupienia ciągów w przestrzeniach metrycznych. (2 godz.)
7. Wyznaczanie różnych własności zbiorów w przestrzeniach metrycznych. (2 godz.)
8. Kolokwium. (2 godz.)

Przekształcenia ciągłe

1. Badanie ciągłości i jednostajnej ciągłości funkcji na przestrzeniach funkcyjnych. (4 godz.)
2. Badanie zbieżności ciągów w przestrzeniach funkcyjnych. (2 godz.)

Własności topologiczne podstawowych klas przestrzeni metrycznych

1. Badanie zupełności funkcyjnych przestrzeni metrycznych. (2 godz.)
2. Charakteryzacja zbiorów zwartych i spójnych w przestrzeniach metrycznych 3 godz.)
3. Kolokwium. (2 godz.)

Metody kształcenia

Wykład konwencjonalny. Ćwiczenia audytoryjne , rozwiązywanie problemów i zadań.

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student rozumie pojęcie przestrzeni metrycznej oraz potrafi wskazać podstawowe jej własności; zna podstawowe przykłady ciągowych i funkcyjnych przestrzeni metrycznych; zna i rozumie pojęcie topologii generowanej przez metrykę.	• K_W05	• egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne • kolokwium • obserwacja i ocena aktywności na zajęciach • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Wykład • Ćwiczenia
Student zna pojęcia zbieżności i punktu skupienia ciągu w przestrzeni metrycznej oraz potrafi podać charakteryzacje zbieżności ciągów w podstawowych klasach ciągowych i funkcyjnych przestrzeniach metrycznych; potrafi porównywać różne metryki określone na przestrzeniach Euklidesowych.	• K_U10	• egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne • kolokwium • obserwacja i ocena aktywności na zajęciach • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Wykład • Ćwiczenia
Student umie wskazać podstawowe charakteryzacje przekształceń ciągłych. Rozróżnia pojecie przekształcenia ciągłego i jednostajnie ciągłego. Potrafi podać przykłady niezmienników topologicznych.	• K_U09	• egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne • kolokwium • obserwacja i ocena aktywności na zajęciach • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Wykład • Ćwiczenia
Student posiada znajomość podstawowych własności funkcji określonych na zwartych i spójnych przestrzeniach metrycznych; zna dowody twierdzenia Weierstrassa, twierdzenia Darboux.	• K_U09	• egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne • kolokwium • obserwacja i ocena aktywności na zajęciach • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Wykład • Ćwiczenia

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student potrafi stosować pojęcia topologiczne w innych działach matematyki.	• K_U24	- dyskusja - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi konstruować nowe przestrzenie metryczne poprzez konstruowanie podprzestrzeni przestrzeni metrycznej i produktów kartezjańskich przestrzeni metrycznych.	• K_U05	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi posługiwać się podstawowymi przestrzeniami metrycznymi, takimi jak ośrodkowość, zwartość, zupełność, spójność; umie wskazać przykłady takich przestrzeni.	• K_U23	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	- Wykład - Ćwiczenia
Student rozpoznaje podstawowe struktury topologiczne w obiektach rozważanych w geometrii i analizie matematycznej.	• K_W05	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi przeprowadzać podstawowe operacje topologiczne na zbiorach w przestrzeni metrycznej np. wyznaczyć domknięcie i wnętrze zbioru.	• K_U23	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	- Wykład - Ćwiczenia

Warunki zaliczenia

- Kolokwia o zróżnicowanym stopniu trudności, pozwalające sprawdzić stopień opanowania poszczególnych efektów kształcenia.
- Egzamin polega na sprawdzeniu rozumienia podstawowych pojęć , wskazania przykładów oraz sprawdzenia znajomości dowodów wskazanych twierdzeń.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (40%) oraz ocena z egzaminu (60%).

Warunkiem do przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Literatura podstawowa

- S. Gładysz, Wstęp do topologii, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1981.
- W. Rzymowski, Przestrzenie metryczne w analizie, Wyd. UMSC, Lublin 2000.
- J. Jędrzejewski , W. Wilczyński, Przestrzenie metryczne w zadaniach , Wyd. UŁ. Łódź 2007.

Literatura uzupełniająca

- J. Jędrzejewski, Zarys teorii przestrzeni metrycznych, Wydawnictwo WSP Słupsk, 1999.
- A. W. Archangielski , W. I. Ponomariow, Podstawy topologii ogólnej w zadaniach, PWN, Warszawa 1986.

Uwagi

Zmodyfikowane przez dr Alina Szelecka (ostatnia modyfikacja: 05-05-2021 13:34)