

Geometria - opis przedmiotu

Informacje ogólne	
Nazwa przedmiotu	Geometria
Kod przedmiotu	11.1-WK-MATP-G-S21
Wydział	Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Kierunek	Matematyka
Profil	ogólnoakademicki
Rodzaj studiów	pierwszego stopnia z tyt. licencjata
Semestr rozpoczęcia	semestr zimowy 2021/2022

Informacje o przedmiocie	
Semestr	3
Liczba punktów ECTS do zdobycia	4
Typ przedmiotu	obowiązkowy
Język nauczania	polski
Sylabus opracował	dr hab. Krzysztof Przesławski, prof. UZ

Formy zajęć					
Forma zajęć	Liczba godzin w semestrze (stacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne)	Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne)	Forma zaliczenia
Ćwiczenia	30	2	-	-	Zaliczenie na ocenę
Wykład	30	2	-	-	Egzamin

Cel przedmiotu

Przedmiotowi przyświecają dwa cele: wykształcenie umiejętności geometryzowania zadań matematycznych; rozwiązywanie zadań geometrycznych metodami algebraicznymi.

Wymagania wstępne

Zaliczona Algebra liniowa 2.

Zakres tematyczny

Wykład

Przestrzenie punktowe afiniczne i euklidesowe.

- Kombinacja afiniczna punktów; afiniczna niezależność; przykłady przestrzeni afinicznych; izomorfizm przestrzeni afinicznych; model standardowy przestrzeni afinicznej. Odwzorowania afiniczne. (4 godz.)
- Przekształcenia ortogonalne i ich macierze względem bazy ortonormalnej. Rozkład przestrzeni na minimalne podprzestrzenie niezmiennicze: obroty, odbicia. Postać kanoniczna macierzy odwzorowania ortogonalnego. Orientacja przestrzeni. Euklidesowe przestrzenie punktowe: odległość, kula, klasyfikacja izometrii; (8 godz.)
- Podprzestrzenie afiniczne: hiperpłaszczyzna, prosta. Szczególne podzbiory przestrzeni afinicznej: odcinki, zbiory wypukłe, sympleksy. Punkty w położeniu ogólnym. Uwypuklenie zbioru, wielościany jako uwypuklenia zbiorów skończonych, twierdzenie Caratheodory'ego. Twierdzenie Radona, twierdzenie Helly'ego. (6 godz.)
- Półprzestrzenie; geometryczna interpretacja układu równań (nierówności) liniowych; prostopadłościan, równoległościan. (2 godz.)
- Domknięty zbiór wypukły; odległość punktu od zbioru wypukłego, od hiperpłaszczyzny. (2 godz.)
- Objętości wybranych zbiorów – objętość równoległościanu, sympleksu; nierówność Brunna-Minkowskiego, elipsoida Johna (informacyjnie, o ile będzie czas). (4 godz.)

Hiperpowierzchnie kwadratowe

- Klasyfikacja stożkowych i kwadryk (4 godz.)

Ćwiczenia

- Elementy geometrii sferycznej, wielościany sferyczne (wzory do wyprowadzenia w formie ćwiczeń). Wzór Eulera dla wielościanów wypukłych i sferycznych. Zastosowania. (4 godz.)
- Klasyfikacja przekształceń ortogonalnych przestrzeni dwu- i trójwymiarowej, składanie przekształceń ortogonalnych. Sprowadzanie macierzy ortogonalnej do postaci kanonicznej. Składanie izometrii płaszczyzny i przestrzeni (7 godz.)
- Zastosowania twierdzenia Helly'ego. (2 godz.)
- Wyznaczanie odległości punktu od zbioru. (2 godz.)
- Wyznaczanie sumy Minkowskiego pary figur wypukłych i szacowanie ich pola – nierówność izoperymetryczna. (2 godz.)
- Twierdzenie Minkowskiego o punktach kratowych (dowód rozpisany w formie ćwiczeń); zastosowania (3 godz.)
- Omówienie esejów (2 godz.)
- Nieformalne wprowadzenie do charakterystyki Eulera – obliczanie charakterystyki Eulera wybranych zbiorów. (2 godz.)
- Badanie stożkowych i kwadryk (4 godz.)
- Kolokwium (2 godz.)

Ćwiczenia nie podążają wiernie za wykładem, ale zawierają często inne treści. Mają one wdrożyć studentów do myślenia geometrycznego, a także do samodzielnego przeprowadzania rozumowań.

Metody kształcenia

Tradycyjny wykład. Ćwiczenia problemowe wspomagane środkami audiowizualnymi.

Prezentacje przygotowane przez studentów względnie eseje (praca w zespołach).

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student wie co to jest zbiór wypukły i zna pewne zastosowania tego pojęcia; rozumie pojęcie objętości oraz jego związek z wyznacznikami.	K_W02 K_U18	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - odpowiedź ustna	- Wykład - Ćwiczenia
Student zna wzór na pole wielokąta sferycznego i potrafi go użyć w dowodzie wzoru Eulera.		- kolokwium - odpowiedź ustna	Ćwiczenia
Student wie co to jest charakterystyka Eulera nieskomplikowanych zbiorów i potrafi ją wyznaczyć.	K_U06	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - odpowiedź ustna	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi pracować w zespole.	K_K03 K_K06	przygotowanie esejów bądź prezentacji i ich omówienie	Ćwiczenia
Student zna pojęcie hiperpłaszczyzny i ogólnie podprzestrzeni afinicznej; wie jaki jest związek tych pojęć z układami równań liniowych; zna pojęcie kostki oraz sympleksu.	K_U19	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - odpowiedź ustna	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi opisać izometrie liniowe przestrzeni euklidesowej dwu i trójwymiarowej oraz potrafi sprowadzić odwzorowanie ortogonalne do postaci kanonicznej w prostych dwu i trójwymiarowych przypadkach.	K_W04 K_U21	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - odpowiedź ustna	- Wykład - Ćwiczenia
Student wie co to są stożkowe i kwadryki, i na podstawie równania w prostych przypadkach potrafi wywnioskować z jaką stożkową (kwadryką) ma do czynienia.		- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - odpowiedź ustna	- Wykład - Ćwiczenia

Warunki zaliczenia

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu. Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (50%), ocena z egzaminu (50%). Prowadzący może podnieść tę ocenę w uznaniu za szczególne zasługi studenta.

Literatura podstawowa

- Aleksiej I. Kostrikin, *Wstęp do algebry*, t. 2, PWN, Warszawa 2004.
- M. Aigner, G. M. Ziegler, *Dowody z Księgi*, PWN, Warszawa 2002.

Literatura uzupełniająca

- Andrzej Białynicki-Birula, *Algebra liniowa z geometrią*, PWN, Warszawa 1976.
- Jacek Gancarzewicz, *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Wyd. Uniw. Jagiellońskiego, Kraków 2004.
- J. Matoušek, *Lectures on discrete geometry*, Springer, 2002.
- H. Hopf, *Differential Geometry in the Large*, LNM 1000, Springer, 1989.

Uwagi

Zmodyfikowane przez dr Alina Szelecka (ostatnia modyfikacja: 02-06-2021 08:39)

Wygenerowano automatycznie z systemu SylabUZ