

Geometry - course description

General information	
Course name	Geometry
Course ID	11.1-WK-IIEP-G-Ć-S14_pNadGen83WZF
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Informatics and Econometrics
Education profile	academic
Level of studies	First-cycle studies leading to Bachelor's degree
Beginning semester	winter term 2021/2022

Course information	
Semester	5
ECTS credits to win	4
Course type	optional
Teaching language	polish
Author of syllabus	dr hab. Krzysztof Przeglowski, prof. UZ

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Lecture	30	2	-	-	Exam
Class	30	2	-	-	Credit with grade

Aim of the course

Przedmiotowi przyświecają dwa cele: wykształcenie umiejętności geometryzowania zadań matematycznych; rozwiązywanie zadań geometrycznych metodami algebraicznymi.

Prerequisites

Zaliczona Algebra liniowa 2.

Scope

Wykład

Przestrzenie punktowe afiniczne i euklidesowe.

1. Kombinacja afiniczna punktów; afiniczna niezależność; przykłady przestrzeni afinicznych; izomorfizm przestrzeni afinicznych; model standardowy przestrzeni afinicznej. Odwzorowania afiniczne. (4 godz.)
2. Przekształcenia ortogonalne i ich macierze względem bazy ortonormalnej. Rozkład przestrzeni na minimalne podprzestrzenie niezmiennicze: obroty, odbicia. Postać kanoniczna macierzy odwzorowania ortogonalnego. Orientacja przestrzeni. Euklidesowe przestrzenie punktowe: odległość, kula, klasyfikacja izometrii; (8 godz.)
3. Podprzestrzenie afiniczne: hiperpłaszczyzna, prosta. Szczególne podzbiory przestrzeni afinicznej: odcinki, zbiory wypukłe, sympleksy. Punkty w położeniu ogólnym. Uwypuklenie zbioru, wielościany jako uwypuklenia zbiorów skończonych, twierdzenie Caratheodory'ego. Twierdzenie Radona, twierdzenie Helly'ego. (6 godz.)
4. Półprzestrzenie; geometryczna interpretacja układu równań (nierówności) liniowych; prostopadłościan, równoległościan. (2 godz.)
5. Domknięty zbiór wypukły; odległość punktu od zbioru wypukłego, od hiperpłaszczyzny. (2 godz.)
6. Objętości wybranych zbiorów – objętość równoległościanu, sympleksu; nierówność Brunna-Minkowskiego, elipsoida Johna (informacyjnie, o ile będzie czas). (4 godz.)

Hiperpowerzchnie kwadratowe

1. Klasyfikacja stożkowych i kwadryk (4 godz.)

Ćwiczenia

1. Elementy geometrii sferycznej, wielościany sferyczne (wzory do wyprowadzenia w formie ćwiczeń). Wzór Eulera dla wielościanów wypukłych i sferycznych. Zastosowania. (4 godz.)
2. Klasyfikacja przekształceń ortogonalnych przestrzeni dwu- i trójwymiarowej, składanie przekształceń ortogonalnych. Sprowadzanie macierzy ortogonalnej do postaci kanonicznej. Składanie izometrii płaszczyzny i przestrzeni (7 godz.)
3. Zastosowania twierdzenia Helly'ego. (2 godz.)
4. Wyznaczanie odległości punktu od zbioru. (2 godz.)
5. Wyznaczanie sumy Minkowskiego pary figur wypukłych i szacowanie ich pola – nierówność izoperymetryczna. (2 godz.)
6. Twierdzenie Minkowskiego o punktach kratowych (dowód rozpisany w formie ćwiczeń); zastosowania (3 godz.)
7. Omówienie esejów (2 godz.)
8. Nieformalne wprowadzenie do charakterystyki Eulera – obliczanie charakterystyki Eulera wybranych zbiorów. (2 godz.)
9. Badanie stożkowych i kwadryk (4 godz.)
10. Kolokwium (2 godz.)

Ćwiczenia nie podążają wiernie za wykładem, ale zawierają często inne treści. Mają one wdrożyć studentów do myślenia geometrycznego, a także do samodzielnego

przeprowadzania rozumowań.

Teaching methods

Tradycyjny wykład. Ćwiczenia problemowe wspomagane środkami audiowizualnymi.
Prezentacje przygotowane przez studentów względnie eseje (praca w zespołach).

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student wie co to są stożkowe i kwadryki, i na podstawie równania w prostych przypadkach potrafi wywnioskować z jaką stożkową (kwadryką) ma do czynienia.		• a quiz • an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class
Student potrafi pracować w zespole.	• K_K03 • K_K06	• przygotowanie esejów bądź prezentacji i ich omówienie	• Class
Student zna wzór na pole wielokąta sferycznego i potrafi go użyć w dowodzie wzoru Eulera.		• a quiz • an evaluation test • an oral response	• Class
Student zna pojęcie hiperpłaszczyzny i ogólnie podprzestrzeni afinicznej; wie jaki jest związek tych pojęć z układami równań liniowych; zna pojęcie kostki oraz sympleksu.	• K_U19	• a quiz • an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class
Student wie co to jest charakterystyka Eulera nieskomplikowanych zbiorów i potrafi ją wyznaczyć.	• K_U06	• a quiz • an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class
Student potrafi opisać izometrie liniowe przestrzeni euklidesowej dwu i trójwymiarowej oraz potrafi sprowadzić odwzorowanie ortogonalne do postaci kanonicznej w prostych dwu i trójwymiarowych przypadkach.	• K_W04 • K_U21	• a quiz • an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class
Student wie co to jest zbiór wypukły i zna pewne zastosowania tego pojęcia; rozumie pojęcie objętości oraz jego związek z wyznacznikami.	• K_W02 • K_U18	• a quiz • an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class

Assignment conditions

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu. Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (50%), ocena z egzaminu (50%). Prowadzący może podnieść tę ocenę w uznaniu za szczególne zasługi studenta.

Recommended reading

1. Aleksiej I. Kostrikin, *Wstęp do algebry*, t. 2, PWN, Warszawa 2004.
2. M. Aigner, G. M. Ziegler, *Dowody z Księgi*, PWN, Warszawa 2002.

Further reading

1. Andrzej Białynicki-Birula, *Algebra liniowa z geometrią*, PWN, Warszawa 1976
2. Jacek Gancarzewicz, *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Wyd. Uniw. Jagiellońskiego, Kraków 2004
3. J. Matoušek, *Lectures on discrete geometry*, Springer, 2002
4. H. Hopf, *Differential Geometry in the Large*, LNM 1000, Springer, 1989

Notes

Modified by dr Alina Szelecka (last modification: 20-05-2021 13:44)

