

Mathematical Analysis 2 - course description

General information	
Course name	Mathematical Analysis 2
Course ID	11.1-WK-MATP-AM2-S21
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Mathematics
Education profile	academic
Level of studies	First-cycle studies leading to Bachelor's degree
Beginning semester	winter term 2021/2022

Course information	
Semester	2
ECTS credits to win	10
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	prof. dr hab. Witold Jarczyk

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Class	60	4	-	-	Credit with grade
Lecture	60	4	-	-	Exam

Aim of the course

Zapoznanie studenta z metodą różniczkową badania monotoniczności, ekstremów i wypukłości funkcji, z pojęciami pierwotnej i całki Riemanna. Nacisk położony jest na opanowanie technik rachunkowych, w szczególności całkowania, a także na zastosowania rachunku różniczkowego i całkowego. Kolejnym celem jest przedstawienie podstaw teorii miary, a następnie teorii całki Lebesgue'a i powiązanie ze sobą obu pojęć całek: Riemanna i Lebesgue'a.

Prerequisites

Analiza matematyczna 1. Logika i teoria mnogości. Algebra liniowa 1.

Scope

Wykład

I. Elementarny rachunek całkowy

1. Całka Riemanna i pole. Podstawowe własności całki. Twierdzenie o wartości średniej (8 godz.)
2. Całkowanie a różniczkowanie. Twierdzenie Newtona-Leibniza i jego konsekwencje (3 godz.)
3. Zbieżność jednostajna a całkowanie. Całkowanie szeregów potęgowych (3 godz.)

II. Techniki całkowania

1. Podstawienia trygonometryczne (2 godz.)
2. Podstawienia Eulera (3 godz.)
3. Całkowanie numeryczne: wzór trapezów i metoda Simpsona (materiał winien być opanowany przez studenta samodzielnie, na podstawie materiałów wskazanych przez wykładowcę).

III. Zastosowania rachunku całkowego

1. Przykłady zastosowań całek w geometrii: pole obszaru, objętość bryły obrotowej, pole powierzchni obrotowej (3 godz.)
2. Środek masy i momenty. Twierdzenie Pappusa (materiał winien być opanowany przez studenta samodzielnie, na podstawie materiałów wskazanych przez wykładowcę).
3. Praca i ciśnienie (materiał winien być opanowany przez studenta samodzielnie, na podstawie materiałów wskazanych przez wykładowcę).

IV. Przestrzeń kartezjańska i różne sposoby opisu ich podzbiorów. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych

1. Skalary i wektory (1 godz.)
2. Układ biegunowy. Krzywe we współrzędnych biegunowych. Pole obszaru ograniczonego krzywą. Długość krzywej (2 godz.)
3. Równania parametryczne krzywej na płaszczyźnie. Styczna do krzywej. Długość krzywej (2 godz.)
4. Współrzędne cylindryczne i sferyczne (1 godz.)
5. Poziomice funkcji dwóch i trzech zmiennych (1 godz.)
6. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych (6 godz.)

V. Elementy teorii miary

1. Ciało przeliczalnie addytywne i miara. Proste przykłady (2 godz.)
2. Miara zupełna (2 godz.)

3. Miara zewnętrzna i Twierdzenie Carathéodory'ego (3 godz.)
4. Miara Lebesgue'a (4 godz.)
5. Funkcje mierzalne. Funkcje proste. Zasada indukcji dla funkcji mierzalnych (2 godz.)
6. Ciągi funkcji mierzalnych (1 godz.)

VI. Całka Lebesgue'a

1. Definicja i podstawowe własności całki. Całkowalność (2 godz.)
2. Twierdzenia o przechodzeniu do granicy pod znakiem całki (2 godz.)
3. Całka względem miary Lebesgue'a a całka Riemanna. Charakteryzacja całkowalności w sensie Riemanna (2 godz.)
4. Całka jako funkcja zbioru (1 godz.)
5. Zmiana zmiennej w całce (1 godz.)
6. Miara produktowa i Twierdzenie Fubini'ego. Całki iterowane (3 godz.)

Ćwiczenia

I. Elementarny rachunek różniczkowy II

1. Wyznaczanie ekstremów lokalnych i globalnych. Dowodzenie nierówności przy pomocy badania ekstremów. Badanie przebiegu zmienności funkcji (5 godz.)
2. Badanie zbieżności jednostajnej ciągów i szeregów funkcyjnych (2 godz.)

II. Elementarny rachunek całkowy. Techniki całkowania

1. Obliczanie całek z definicji (2 godz.)
2. Całkowanie przez części i przez podstawienie. Algorytm całkowania funkcji wymiernych. Użycie twierdzenia Newtona-Leibniza (9 godz.)

Kolokwium (2 godz.)

III. Zastosowania rachunku całkowego

1. Przechodzenie do granicy pod znakiem całki i całkowanie szeregów funkcyjnych (2 godz.)
2. Obliczanie pól obszarów i objętości brył (2 godz.)
3. Wyznaczanie środka ciężkości i obliczanie pracy (1 godz.)

IV. Przestrzeń kartezjańska i różne sposoby opisu ich podzbiorów. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych

1. Przechodzenie od współrzędnych kartezjańskich do biegunowych i na odwrót (1 godz.)
2. Obliczanie pól obszarów i długości krzywych, opisanych równaniami biegunowymi (2 godz.)
3. Znajdywanie stycznej do krzywej zadanej parametrycznie. Obliczanie pól obszarów i długości krzywych zadanych równaniami parametrycznymi (3 godz.)
4. Równania powierzchni we współrzędnych sferycznych i cylindrycznych (2 godz.)
5. Granica i granice iterowane (3 godz.)
6. Ciągłość i ciągłość ze względu na poszczególne zmienne (2 godz.)

Kolokwium (2 godz.)

V. Elementy teorii miary

1. Przykłady miar i przeliczalnie addytywnych ciał zbiorów (2 godz.)
2. Pojęcie objętości (1 godz.)
3. Miara zewnętrzna Lebesgue'a (1 godz.)
4. Obliczanie miary Lebesgue'a pewnych zbiorów (2 godz.)
5. Istnienie zbiorów niemierzalnych w sensie Lebesgue'a (1 godz.)
6. Rodzaje zbieżności ciągów funkcji mierzalnych (2 godz.)

VI. Całka Lebesgue'a I

1. Obliczanie całek przy pomocy definicji. Badanie całkowalności (3 godz.)
2. Przykładowe zastosowania twierdzeń o przechodzeniu do granicy pod znakiem całki (1 godz.)
3. Przykłady całek względem miary Lebesgue'a funkcji niecałkowalnych w sensie Riemanna. Porównanie zakresu stosowalności obu pojęć całek. Całka niewłaściwa Riemanna. Czy warto omawiać to pojęcie? (4 godz.)
4. Całka jako funkcja zbioru (1 godz.)

Kolokwium (2 godz.)

Teaching methods

Tradycyjny wykład; ćwiczenia, w ramach których studenci rozwiązują zadania i dyskutują, a także przygotowują notki biograficzne matematyków, których nazwiska pojawiają się na wykładzie; praca w grupach zakończona opracowaniem pisemnym; praca z książką i przy pomocy Internetu. W razie konieczności (stwierdzonej w zarządzeniu Rektora UZ) zajęcia mogą być prowadzone zdalnie (online).

Learning outcomes and methods of their verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
---------------------	-----------------	-------------------------	----------------

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student rozumie potrzebę dalszego kształcenia.	• K_K01	• dyskusja	• Lecture • Class
Student zna warunki konieczne i dostateczne istnienia ekstremów lokalnych funkcji różniczkowalnej.	• K_W04	• an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	• Class
Student zna pojęcie całki Riemanna i jego interpretację.	• K_W07	• dyskusja	• Lecture • Class
Student wie na czym polega algorytm całkowania funkcji wymiernych.	• K_W07	• dyskusja	• Lecture • Class
Student rozumie dowód twierdzenia Newtona-Leibniza i jest świadom konsekwencji tego twierdzenia.	• K_W04 • K_W07	• opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	• Lecture • Class
Student zna podstawowe metody całkowania.	• K_W07	• opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	• Class
Student umie rozwijać w szereg Taylora podstawowe funkcje.	• K_U12	• dyskusja	• Lecture • Class
Student potrafi zbadać przebieg funkcji.	• K_W07 • K_U12	• an ongoing monitoring during classes • opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	• Class
Student zna proste przykłady zastosowania rachunku różniczkowego.	• K_W05	• an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	• Class
Student zna metody analizy matematycznej pozwalające na budowę modeli o średnim stopniu złożoności w innych dziedzinach nauki.	• K_W03	• an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie stopnia przygotowania studentów do zajęć	• Class
Student stosuje różne techniki całkowania.	• K_U14	• dyskusja	• Lecture • Class
Student potrafi zastosować całkowanie do obliczania pól obszarów, objętości brył, długości krzywych.	• K_U14	• opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	• Lecture • Class
Student potrafi przejść od współrzędnych kartezjańskich do biegunowych i na odwrót.	• K_U11	• dyskusja	• Lecture • Class
Student zna i rozumie twierdzenie o funkcji uwikłanej.	• K_W04 • K_W07	• opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	• Lecture • Class
Student potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze i Internecie.	• K_K06	• opracowania pisemne materiału wskazanego przez wykładowcę, przygotowane przez zespoły studentów	• Lecture • Class
Student zna i rozumie pojęcie miary	• K_W03	• an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture
Student zna konstrukcję miary Lebesgue'a	• K_W05	• an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Class
Student potrafi zdefiniować całkę Lebesgue'a	• K_W04 • K_W07	• an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Class
Student rozumie, że całka Lebesgue'a jest istotnym uogólnieniem całki Riemanna	• K_W01 • K_W04	• an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Class

Assignment conditions

1. Trzy kolokwia z zadaniami o zróżnicowanym stopniu trudności, pozwalającymi na sprawdzenie, czy student osiągnął efekty kształcenia w stopniu minimalnym.
2. Egzamin w postaci testu z progami punktowymi.

Ocena z przedmiotu jest średnią arytmetyczną oceny z ćwiczeń i oceny z egzaminu. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Recommended reading

1. Witold Jarczyk, *Notatki do wykładu z analizy matematycznej*, <http://staff.uz.zgora.pl/wjarczyk/materialy.html>
2. Witold Jarczyk, *Zadania z analizy matematycznej*, <http://staff.uz.zgora.pl/wjarczyk/materialy.html>

Further reading

1. Józef Banaś, Stanisław Wędrychowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1993.
2. Andrzej Birkholc, *Analiza Matematyczna. Funkcje wielu zmiennych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2002.
3. Witold Kołodziej, *Analiza matematyczna*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1986.
4. Walter Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2002.

Notes

Modified by dr hab. Bogdan Szal, prof. UZ (last modification: 25-05-2021 19:14)

Generated automatically from SylabUZ computer system