

MATHEMATICS IN PHYSICS - course description

General information	
Course name	MATHEMATICS IN PHYSICS
Course ID	11.1-WF-FizP-MeMaF-Ć-S14_gen8UMN9
Faculty	Faculty of Physics and Astronomy
Field of study	Physics
Education profile	academic
Level of studies	First-cycle studies leading to Bachelor's degree
Beginning semester	winter term 2022/2023

Course information	
Semester	3
ECTS credits to win	6
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	prof. dr hab. Andrzej Maciejewski

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Lecture	30	2	-	-	Exam
Class	30	2	-	-	Credit with grade

Aim of the course

Zapoznanie studenta z zaawansowanymi metodami matematycznymi pomocnymi do zrozumienia treści przedmiotów kierunkowych.

Prerequisites

Analiza matematyczna I i II oraz Metody algebraiczne i geometryczne w fizyce.

Scope

- Elementy geometrii analitycznej: krzywe na płaszczyźnie i w przestrzeni, styczne i normalne do krzywych na płaszczyźnie, różnorodne równania prostej, stożkowe w układzie kartezjańskim i biegunowym, równania płaszczyzn w przestrzeni, powierzchnie, kwadryki i ich klasyfikacja.

- Operatory różniczkowe we współrzędnych krzywoliniowych: współrzędne kartezjańskie i współrzędne krzywoliniowe na płaszczyźnie i w przestrzeni, współrzędne krzywoliniowe ortogonalne, pola skalarne i wektorowe, operacje różniczkowe na polach skalarnych i wektorowych: gradient, dywergencja, rotacja, laplasjan we współrzędnych kartezjańskich; pola potencjalne, bezwirowe i bezźródłowe; gradient, dywergencja, rotacja, laplasjan we współrzędnych krzywoliniowych ortogonalnych. Ogólna definicja pól tensorowych i operacje algebraiczne na nich.

- Elementy rachunku wariacyjnego: pojęcie funkcjonału i przykłady funkcjonałów, ekstrema słabe i silne, pojęcie wariacji funkcjonału, warunek konieczny istnienia ekstremum funkcjonału, równania Eulera-Lagrange'a i ich własności. Zastosowania rachunku wariacyjnego.

- Funkcje zmiennej zespolonej: funkcja zespolona zmiennej zespolonej, granica funkcji, ciągłość funkcji, pochodna funkcji zespolonej, warunki Cauchy'ego-Riemanna istnienia pochodnej, wzór całkowy Cauchy'ego, szeregi Taylora i Laurenta, punkty osobliwe funkcji, residua, obliczanie całek przy pomocy teorii residuów.

- Równania różniczkowe zwyczajne: równania pierwszego rzędu: metoda izoklin, rozwiązywanie różnych typów równań: równań separowalnych, równań jednorodnych, równania Bernoulliego, równania Riccatiego, równania różniczkowe drugiego rzędu liniowe o stałych i niestałych współczynnikach jednorodne i niejednorodne, metoda uzmienniania stałych i metoda współczynników nieoznaczonych.

- Równania różniczkowe cząstkowe fizyki matematycznej: równanie struny i metoda d'Alemberta, równanie membrany i metoda Fouriera rozdzielania zmiennych, równanie Laplace'a.

Na ćwiczeniach rozwiązywane będą zadania ilustrujące materiał przedstawiany na wykładzie.

Teaching methods

Wykład konwencjonalny. Ćwiczenia rachunkowe, w ramach, których studenci rozwiązują zadania ilustrujące treść wykładu wzbogacone o zastosowania fizyczne.

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
---------------------	-----------------	-------------------------	----------------

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Zna różnorodne układy współrzędnych krzywoliniowych, potrafi sprawdzić czy układ jest ortogonalny, wyznacza współczynniki Lamego i potrafi uzyskać wyrażenia na gradient, dywergencję, rotację i laplasjan dla zadanych współrzędnych ortogonalnych. Stosuje własności delty Kroneckera i symbolu Levi-Civity do wyprowadzania różnorodnych tożsamości rachunku wektorowego i analizy wektorowej. Sprawdza czy pola wektorowe są bezźródłowe lub bezwirowe, wyznacza potencjał skalarny i wektorowy dla zadanych pól wektorowych. Potrafi transformować funkcje skalarne i pola wektorowe z jednego układu współrzędnych do drugiego.	• K1A_W03 • K1A_U02	• an evaluation test	• Lecture • Class
Zna warunek ekstremum dla funkcjonałów i stosuje go do różnorodnych problemów matematyki i fizyki.	• K1A_W03 • K1A_U02	• an evaluation test	• Lecture • Class
Umie sprawdzić czy funkcja zespolona jest różniczkowalna i liczy pochodne, zna parametryzacje ważniejszych krzywych na płaszczyźnie zespolonej i liczy całki funkcji zespolonych, stosuje wzór całkowy Cauchyego do wyznaczania całek funkcji zespolonych. Zna definicję szeregu szeregu Taylora i rozwija zadaną funkcję w szereg Taylora, rozumie pojęcie funkcji holomorficznej. Zna klasyfikację punktów osobliwych Zna definicję szeregu Laurenta i residuum, liczy residua przy pomocy różnych metod, stosuje residua do obliczania całek.	• K1A_U02	• an evaluation test	• Class
Potrafi rozwiązywać standardowe klasy i typy równań różniczkowych zwyczajnych rzędu pierwszego i drugiego. Zna fundamentalne równania różniczkowe cząstkowe: równanie struny, równanie membrany i równanie Laplace'a i zna najprostsze metody ich rozwiązywania.	• K1A_W03 • K1A_U02 • K1A_U05	• an evaluation test	• Lecture • Class
Student zna i rozumie wybrane zagadnienia geometrii analitycznej, analizy wektorowej, rachunku wariacyjnego, funkcji zmiennej zespolonej oraz praktyczne zagadnienia teorii równań różniczkowych zwyczajnych oraz równań różniczkowych cząstkowych dla wybranych równań. Student zna elementarną terminologię stosowaną w tych naukach.	• K1A_W02 • K1A_K01	• an evaluation test	• Lecture • Class
Zna i stosuje różnorodne sposoby zapisu krzywych na płaszczyźnie i w przestrzeni, umie zapisywać równania prostej w oparciu o różnorodne zadane dane, wyznacza równania stycznych i normalnych do zadanych krzywych płaskich, rozpoznaje rodzaje stożkowych gdy podane są ich równania, przepisuje równania stożkowych w układzie kartezjańskim na równania w układzie biegunowym i na odwrót, zapisuje równania stożkowych w układach o przesuniętym początku układu współrzędnych.	• K1A_W03 • K1A_U02	• an evaluation test	• Lecture • Class

Assignment conditions

Wykład: Egzamin. Warunek zaliczenia - pozytywna ocena z egzaminu.

Ćwiczenia: Kolokwium pisemne. Warunek zaliczenia – pozytywne zaliczenie kolokwia.

Przed przystąpieniem do egzaminu student musi uzyskać zaliczenie z ćwiczeń.

Ocena końcowa: średnia ważona ocen z egzaminu (60%) i ćwiczeń (40%).

Recommended reading

[1] R. Leitner, *Zarys matematyki wyższej*, część I, II i III, WNT, Warszawa 1998.

[2] D. McQuarrie, *Matematyka dla przyrodników i inżynierów*, T. 1, 2 i 3, PWN, Warszawa 2006.

[3] T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, *Algebra i geometria analityczna*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2011.

[4] E. Karaśkiewicz, *Zarys teorii wektorów i tensorów*, PWN, Warszawa 1974.

[5] I. M. Gelfand, S. W. Fomin, *Rachunek wariacyjny*, PWN, Warszawa 1970.

[6] J. Długosz, *Funkcje zespolone*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2005.

[7] M. Gewert, Z. Skoczylas, *Równania różniczkowe zwyczajne*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2006.

[8] G. I. Zaporozec, *Metody rozwiązywania zadań z analizy matematycznej*, WNT, Warszawa 1976.

Further reading

[1] F. W. Byron, R. W. Fuller, *Metody matematyczne w fizyce klasycznej i kwantowej*, t. 1-2, PWN, Warszawa 1974.

[2] J. Bird, *Higher engineering mathematics*, Elsevier, Amsterdam 2006.

[3] A. Dubrovin, S. P. Novikov, A.T. Fomenko *Modern Geometry. Methods and Applications*, Part 1, Springer-Verlag, 1984.

Notes

