

# MATHEMATICAL ANALYSIS I - course description

| General information |                                                  |
|---------------------|--------------------------------------------------|
| Course name         | MATHEMATICAL ANALYSIS I                          |
| Course ID           | 11.1-WF-FizTP-AMat1-Ć-S14_gen57ZL4               |
| Faculty             | <a href="#">Faculty of Physics and Astronomy</a> |
| Field of study      | Physics                                          |
| Education profile   | academic                                         |
| Level of studies    | First-cycle studies leading to Bachelor's degree |
| Beginning semester  | winter term 2022/2023                            |

| Course information  |                                                                                   |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Semester            | 1                                                                                 |
| ECTS credits to win | 8                                                                                 |
| Course type         | obligatory                                                                        |
| Teaching language   | polish                                                                            |
| Author of syllabus  | <ul style="list-style-type: none"><li>prof. dr hab. Andrzej Maciejewski</li></ul> |

| Classes forms  |                                |                            |                                |                            |                    |
|----------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------|----------------------------|--------------------|
| The class form | Hours per semester (full-time) | Hours per week (full-time) | Hours per semester (part-time) | Hours per week (part-time) | Form of assignment |
| Lecture        | 60                             | 4                          | -                              | -                          | Exam               |
| Class          | 60                             | 4                          | -                              | -                          | Credit with grade  |

## Aim of the course

Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami, twierdzeniami i metodami stosowanymi w rachunku różniczkowym i całkowym oraz z ich zastosowaniami w rozwiązywaniu wybranych zadań z zakresu fizyki

## Prerequisites

Znajomość matematyki na poziomie szkoły ponadgimnazjalnej.

## Scope

### Wykład

#### I. Funkcje jednej zmiennej

- Pojęcie funkcji. Funkcje elementarne: wielomiany, funkcje wymierne, funkcje trygonometryczne, funkcja wykładnicza i logarytmy i ich własności. Funkcja złożona i odwrotna.
- Funkcje cyklometryczne. Transformacje wykresu funkcji.

#### II. Granica ciągu i funkcji

- Definicja ciągu. Monotoniczność i ograniczoność ciągu i funkcji.
- Granica ciągu. Twierdzenia o granicach ciągów. Twierdzenie o trzech ciągach.

- Granica i ciągłość funkcji. Własności funkcji ciągłych.

#### III. Szeregi liczbowe

- Pojęcie sumy szeregu nieskończonego. Kryteria zbieżności szeregów.

#### IV. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej

- Definicja pochodnej, interpretacja geometryczna i fizyczna, podstawowe wzory różniczkowania.
- Różniczka funkcji. Różniczkowalność funkcji.
- Twierdzenia o wartości średniej i ich zastosowania.
- Reguła de L'Hospitala i jej zastosowanie do obliczania granic funkcji.
- Wzór Taylora i Maclaurina.
- Monotoniczność funkcji. Ekstrema lokalne i globalne funkcji.
-

Funkcje wypukłe i wklęsłe. Punkty przegięcia wykresu funkcji.

8. Badanie przebiegu zmienności funkcji.
9. Zastosowania fizyczne rachunku różniczkowego.

#### **V. Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej**

1. Funkcja pierwotna i własności całek nieoznaczonych. Wzory całkowe.
2. Metody obliczania całek nieoznaczonych – całkowanie przez części, przez podstawienie, całkowanie funkcji wymiernych, trygonometrycznych i niewymiernych.
3. Całka oznaczona i jej własności.
4. Zastosowanie całek oznaczonych w geometrii i fizyce.
5. Całki niewłaściwe.

#### **VI. Równania różniczkowe zwyczajne**

1. Równania o zmiennych rozdzielonych.
2. Równania jednorodne. Równania niejednorodne.
3. Równania liniowe I-go i II-go rzędu. Równanie Bernoulliego.
4. Zastosowania równań różniczkowych.

#### **VII. Funkcja wektorowa jednej zmiennej**

1. Definicja funkcji wektorowych jednej zmiennej.
2. Obliczanie pochodnych funkcji wektorowych (materiał winien być opanowany przez studenta samodzielnie, na podstawie materiałów wskazanych przez wykładowcę).

### **Ćwiczenia**

#### **I. Funkcje jednej zmiennej**

1. Wyznaczanie dziedziny i zbioru wartości funkcji. Sprawdzanie ich własności. Wyznaczanie funkcji złożonej i odwrotnej.
2. Sporządzanie i przekształcanie wykresów funkcji.

#### **II. Granica funkcji**

1. Badanie własności ciągów.
2. Obliczanie granic ciągów i funkcji.
3. Sprawdzanie własności funkcji ciągłych.

#### **III. Szeregi liczbowe**

1. Sprawdzanie warunku koniecznego zbieżności szeregów. Badanie zbieżności szeregów.

#### **IV. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej**

1. Obliczanie pochodnych.
2. Stosowanie reguły de L'Hospitala do obliczania granic funkcji.
3. Rozwijanie funkcji w szereg Taylora i Maclaurina.
4. Badanie monotoniczności funkcji. Wyznaczanie ekstremów lokalnych i globalnych funkcji.
5. Wyznaczanie punktów przegięcia oraz przedziałów wklęsłości i wypukłości.
6. Badanie przebiegu zmienności funkcji.
7. Stosowanie rachunku różniczkowego do rozwiązywania zagadnień fizycznych.

#### **V. Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej**

1. Całkowanie funkcji przy pomocy metod poznanych na wykładzie.
2. Obliczanie całek oznaczonych i ich stosowanie w geometrii i fizyce.
3. Badanie zbieżności całek niewłaściwych.

## VI. Równania różniczkowe zwyczajne:

1. Rozwiązywanie równań różniczkowych o zmiennych rozdzielonych.
2. Rozwiązywanie równań jednorodnych i niejednorodnych.
3. Rozwiązywanie równań liniowych I-go i II-go rzędu oraz równania Bernoulliego.
4. Stosowanie równań różniczkowych do zagadnień fizycznych.

## Teaching methods

Wykład konwencjonalny; ćwiczenia audytoryjne, klasyczna metoda problemowa, dyskusja, korzystanie z narzędzi multimedialnych.

## Learning outcomes and methods of theirs verification

| Outcome description                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Outcome symbols                                                                                                                                                                                                   | Methods of verification                                                                                                                                              | The class form                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 1. Po zakończeniu kursu student zdobywa następujące umiejętności: - potrafi wyznaczyć granicę ciągu liczbowego i funkcji w punkcie oraz rozstrzygać o zbieżności szeregu liczbowego, - ma umiejętności w obliczaniu pochodnej funkcji jednej zmiennej i potrafi zastosować rachunek różniczkowy w badaniu przedziałów monotoniczności, wyznaczaniu ekstremów, badaniu wypukłości funkcji i w zadaniach optymalizacyjnych z różnych dziedzin wiedzy, - student potrafi obliczać całki korzystając z metody zamiany zmiennych i całkowania przez części oraz umie wykorzystać rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej w geometrii i fizyce, - student potrafi rozwiązać podstawowe typy równań różniczkowych zwyczajnych i ma możliwość opisanie prostych zjawisk fizycznych w języku równań różniczkowych. 2. Student korzysta z różnorodnych materiałów w języku polskim i angielskim i na ich podstawie potrafi interpretować, analizować i wyciągać wnioski. 3. Student jest zdolny do prezentowania i konfrontowania własnych sądów i przekonań w trakcie realizacji tematów i rozwiązywania zadań. | <ul style="list-style-type: none"><li>• <a href="#">K1A_W02</a></li><li>• <a href="#">K1A_W03</a></li><li>• <a href="#">K1A_U01</a></li><li>• <a href="#">K1A_U02</a></li></ul>                                   | <ul style="list-style-type: none"><li>• a discussion</li><li>• an evaluation test</li><li>• an observation and evaluation of activities during the classes</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Class</li></ul>   |
| 1. Po zakończeniu kursu student przyswoił sobie wiedzę na następujące tematy: - pojęcie granicy ciągu, szeregu liczbowego i funkcji w punkcie, - pojęcie pochodnej i różniczki funkcji jednej zmiennej, zna twierdzenie de l'Hospitala, zna zastosowanie pochodnej w badaniu przebiegu zmienności funkcji i w różnorodnych zadaniach optymalizacyjnych, - pojęcie całki nieoznaczonej i oznaczonej, podstawowe twierdzenie rachunku różniczkowego i całkowego, zna podstawowe metody obliczania całek i zastosowania rachunku całkowego w geometrii i fizyce, - podstawowe typy równań różniczkowych i ich związek ze zjawiskami fizycznymi 2. Student wie jak dobrać właściwe metody rachunku różniczkowego i całkowego do zmierzenia się z konkretnym problemem 3. Student zdaje sobie sprawę z poziomu swojej wiedzy i umiejętności i rozumie potrzebę ciągłego doskonalenia się w rozwiązywaniu zadań,                                                                                                                                                                                              | <ul style="list-style-type: none"><li>• <a href="#">K1A_W02</a></li><li>• <a href="#">K1A_W03</a></li><li>• <a href="#">K1A_U01</a></li><li>• <a href="#">K1A_U02</a></li><li>• <a href="#">K1A_K01</a></li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• a discussion</li><li>• an exam - oral, descriptive, test and other</li></ul>                                                 | <ul style="list-style-type: none"><li>• Lecture</li></ul> |

## Assignment conditions

**Ćwiczenia** – na ocenę ćwiczeń składają się wyniki osiągnięte na czterech sprawdzianach (80%) oraz aktywność na zajęciach (20%). Warunkiem zaliczenia ćwiczeń jest uzyskanie co najmniej 50% maksymalnej ilości punktów. Student mający powyżej 10% punktów ma prawo do sprawdzianu poprawkowego z całości materiału przed I terminem egzaminu.

**Wykład** – egzamin złożony z dwóch części pisemnej i ustnej; warunkiem przystąpienia do części ustnej jest uzyskanie co najmniej 30% punktów z części pisemnej. Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (50%) i z egzaminu (50%). Warunkiem zaliczenia przedmiotu są pozytywne oceny z ćwiczeń i z egzaminu.

## Recommended reading

[1] R. Rudnicki, *Wykłady z analizy matematycznej*, PWN, Warszawa 2006.

[2] Sołtysiak, *Analiza matematyczna, Część I*, (Wykłady z matematyki dla studentów fizyki), Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1995.

[3] M. Gewert, Z. Skoczylas, *Analiza matematyczna 1, Definicje, twierdzenia, wzory*, Oficyna Wydawnicza GIS, Wrocław 2005.

[4] M. Gewert, Z. Skoczylas, *Analiza matematyczna 1, Przykłady i zadania*, Oficyna GIS, Wrocław 2005.

[5] Ron Larson, Bruce H. Edwards, *Calculus, 9th Edition*, Cengage Learning 2010.

[6] W. Kryszicki, L. Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach*, cz. 1 i 2, PWN, Warszawa 1992.

[7] Materiały udostępnione przez prowadzących zajęcia.

## Further reading

[1] J. Banaś, S. Wędrychowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej*, WNT, Warszawa 1994.

[2] G. M. Fichtenholz, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, tom I i II, PWN, Warszawa 1995.

[3] F. Leja: *Rachunek różniczkowy i całkowy*, PWN, Warszawa 1972.

[4] R. Adams, C. Essex, *Calculus - A Complete Course 7th ed* - (Pearson Canada, 2010) BBS.

[5] G. I. Zaporozec, *Metody rozwiązywania zadań z analizy matematycznej*, WNT, Warszawa 1976.

[6] Earl W. Swokowski, *Calculus with Analytic Geometry*, Alternate Edition –PWS Publisher 1983.

## Notes

Modified by dr Marcin Kośmider (last modification: 04-04-2022 20:27)

Generated automatically from SylabUZ computer system