

Functional Analysis - opis przedmiotu

Informacje ogólne	
Nazwa przedmiotu	Functional Analysis
Kod przedmiotu	11.1-WK-MATD-FA-S22
Wydział	Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Kierunek	WMiiE - oferta ERASMUS
Profil	-
Rodzaj studiów	Program Erasmus
Semestr rozpoczęcia	semestr zimowy 2022/2023

Informacje o przedmiocie	
Semestr	2
Liczba punktów ECTS do zdobycia	6
Typ przedmiotu	obieralny
Język nauczania	angielski
Sylabus opracował	- prof. dr hab. Witold Jarczyk - prof. dr hab. Marian Nowak

Formy zajęć					
Forma zajęć	Liczba godzin w semestrze (stacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne)	Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne)	Forma zaliczenia
Wykład	30	2	-	-	Egzamin
Ćwiczenia	30	2	-	-	Zaliczenie na ocenę

Cel przedmiotu

The aim of the course is to acquaint students with basic properties of Banach and Hilbert spaces as well as with basis of the theory of linear operators on Banach spaces.

Wymagania wstępne

It is assumed that students know basis of set theory, metric topology, linear algebra, mathematical analysis and elements of measure and Lebesgue integral theories.

Zakres tematyczny

Lecture

Normed and Banach spaces

1. Normed and Banach spaces. Basic definitions and properties. Examples of sequence an function Banach spaces. (2 hours)
2. Series in normed spaces. Definitions and examples. (1 hour)
3. Cartesian product of normed spaces. Completion of a normed space. (2 hours)
4. Finite dimensional normed spaces. Completeness of finite dimensional spaces. Compactness of sets in finite dimensional spaces. Riesz's theorem. (3 godz.)

Bounded linear operators on normed spaces

1. Basic properties of bounded linear operators. Examples of bounded linear operators on sequence and function Banach spaces (2 hours)
2. Norm of a bounded linear operator. The space of bounded linear operators. Dual space of a normed space. (2 hours)
3. Compact linear operators on Banach spaces (2 hours)
4. Banach-Steinhaus theorem and its applications (2 hours)
5. Banach's inverse mapping theorem and closed graph theorem. (2 hours)
6. Hahn-Banach theorem and its applications (2 hours)
7. General form of continuous linear functionals over classical sequence Banach spaces (2 hours)

Hilbert spaces

1. Inner product spaces and Hilbert spaces - basic definitions and properties. Examples. (2 hours)
2. Orthogonal projection theorem in Hilbert spaces and its applications. (2 hours)
3. General form of continuous linear functionals over Hilbert spaces. (1 hour)
4. Orthogonal systems in Hilbert spaces. Fourier series in Hilbert spaces. (3 hours)

Classes

Normed and Banach spaces

1. Examples of sequence and function linear spaces. Basic properties. Hölder and Minkowski inequalities. (3 hours)
2. Examining norm conditions on sequence and function spaces. Proving completeness of classical sequence and function normed spaces. (3 hours)

- 3. Calculation of the norm of elements in sequence and function spaces. (3 hours)
- 4. Comparing norms in normed spaces. (1 hour)
- 5. Colloquium (2 hours)

Bounded linear operators on normed spaces

- 1. Examining linearity and boundedness of functionals and operators defined on sequence and function normed spaces. (3 hours)
- 2. Calculation of the norm of linear functionals on sequence and function spaces. (3 hours)

Hilbert spaces

- 1. Examples of Hilbert. Basic properties. (2 hours)
- 2. Examining conditions of inner product in sequence and function spaces. (2 hours)
- 3. Testing geometric and topological properties of Hilbert spaces. (4 hours)
- 4. Examining orthogonal systems in Hilbert spaces. (2 hours)
- 5. Colloquium (2 hours)

Metody kształcenia

Conventional (traditional) lecture. Classes (auditorium), solving exercises and problems.

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student can demonstrate simple geometrical and topological properties of Banach and Hilbert spaces.		- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - praca kontrolna	- Wykład - Ćwiczenia
Student uses the concept of bounded linear operator. He/she knows the most important topological properties of operators.		- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - praca kontrolna	- Wykład - Ćwiczenia
Student can understand the concept of orthogonality in inner product spaces; he/she has the ability to indicate orthogonal systems in concrete Hilbert spaces; he/she knows the proof of the orthogonal projection theorem in a Hilbert space and Bessel's inequality proof.		- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - praca kontrolna	- Wykład - Ćwiczenia
Student recognizes examples of Banach and Hilbert spaces as well as linear operators and functionals occurring in mathematical analysis; e.g. integral, derivative of a function, sum of a series, limit of a sequence; he/she can apply basic concepts of functional analysis in other fields of mathematics. Student can understand that functional analysis is a combination of concepts and methods of linear algebra, topology and mathematical analysis in the case of infinite dimensional linear space.		- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - praca kontrolna	- Wykład - Ćwiczenia
Student can recognize the structure of a Banach or a Hilbert space in concrete spaces occurring in analysis or geometry.		- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - praca kontrolna	- Wykład - Ćwiczenia

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student can define and understand the concepts of Banach space and Hilbert space. He/she knows the most important examples and properties of Banach and Hilbert spaces.		- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - praca kontrolna	- Wykład - Ćwiczenia
Student can calculate the norm of elements of some sequence and function spaces.		- bieżąca kontrola na zajęciach - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - praca kontrolna - test egzaminacyjny z progami punktowymi	- Wykład - Ćwiczenia

Warunki zaliczenia

The course completion grade consists of the classes grades (40%) and examination grades (60%). A positive grade of the classes is required to sit for the exam. A positive grade of the examination is required to credit for the course.

Literatura podstawowa

1. V.L. Hansen, *Functional Analysis: Entering Hilbert Spaces*, Second Edition, World Scientifing, Singapore, 2016.
2. O.M.Shalit, *A First Course in Functional Analysis*, CRC Press, Boca Raton, 2017.

Literatura uzupełniająca

1. K. Saxe, *Beginning Functional Analysis*, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York, 2002.

Uwagi

Zmodyfikowane przez prof. dr hab. Witold Jarczyk (ostatnia modyfikacja: 01-05-2022 23:26)

Wygenerowano automatycznie z systemu SyllabUZ