

Linear Algebra 1 - course description

General information	
Course name	Linear Algebra 1
Course ID	11.1-WK-MATP-AL1-Ć-S14_pNadGenEIR82
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Mathematics
Education profile	academic
Level of studies	First-cycle studies leading to Bachelor's degree
Beginning semester	winter term 2022/2023

Course information	
Semester	1
ECTS credits to win	6
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	dr hab. Krzysztof Przeglowski, prof. UZ

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Class	45	3	-	-	Credit with grade
Lecture	45	3	-	-	Exam

Aim of the course

Zapoznanie studenta z podstawowymi strukturami algebraicznymi: ciało, grupa, przestrzeń liniowa.

Prerequisites

Znajomość algebry w zakresie szkoły średniej.

Scope

Wykład

Ciała

1. Ciała liczbowe. (2 godz.)
2. Działania. Aksjomaty ciała. (2 godz.)
3. Ciało funkcji wymiernych. (1 godz.)
4. Ciało reszt modulo p – małe twierdzenie Fermata. (3 godz.)
5. Izomorfizmy ciał; automorfizmy. Charakterystyka ciała. (2 godz.)
6. Liczby zespolone: sprzężenie, moduł, postać trygonometryczna, interpretacja geometryczna działań, wzory de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych. (4 godz.)
7. Zasadnicze twierdzenie algebry. Liczby algebraiczne. Liczby przestępne. (informacyjnie) (1 godz.)
8. Ciała nieprzemienne: kwaterniony. (informacyjnie, z poleceniem rozszerzenia wiedzy na podstawie podręcznika oraz materiałów do wykładu) (1 godz.)

Permutacje

1. Definicja grupy; przykłady. (1 godz.)
2. Znak permutacji; podgrupa alternująca. (2 godz.)
3. Rozkład permutacji na cykle rozłączne i na transpozycje. (1 godz.)

Przestrzenie liniowe

1. Definicja przestrzeni liniowej; przykłady. (1 godz.)
2. Liniowa niezależność; powłoka liniowa; baza; twierdzenie Steinitza o wymianie; wymiar.
3. Odwzorowania liniowe; przestrzeń liniowa homomorfizmów liniowych; izomorfizm przestrzeni liniowych; macierze odwzorowań liniowych w przestrzeniach ciągów; mnożenie macierzy a składanie odwzorowań liniowych; algebry nad ciałem – algebry endomorfizmów liniowych. (3 godz.)
4. Twierdzenie o rzędzie; jądro i obraz odwzorowania liniowego. (3 godz.)
5. Macierze odwzorowań liniowych w dowolnych bazach; zamiana układu współrzędnych. (2 godz.)
6. Przestrzeń sprzężona; baza dualna; izomorfizm naturalny drugiej przestrzeni sprzężonej z wyjściową; odwzorowanie liniowe sprzężone; macierz transponowana (4 godz.)

Wyznaczniki

1. Wyznacznik macierzy kwadratowej; liniowość i antysymetryczność wyznacznika. (3 godz.)
2. Wzór Cauchy'ego; wyznacznik endomorfizmu liniowego. (2 godz.)
3. Wzory Laplace'a na rozwinięcie wyznacznika; wzór na odwrotność macierzy. (2 godz.)
4. Pełna grupa liniowa; specjalna grupa liniowa; grupa macierzy górnortrójkątnych (1 godz.)

Ćwiczenia

Ciała

- 1. Liczby wymierne i niewymierne – przykłady. Ciała liczbowe – przykłady. (3 godz.)
- 2. Działania dwuargumentowe i ich własności. (1 godz.)
- 3. Rachunek modularny – tabelki działań, wyznaczanie elementów odwrotnych; współczynniki dwumianowe (zadania z wykorzystaniem indukcji matematycznej); zastosowania małego twierdzenia Fermata. (2 godz.)
- 4. Operacje na liczbach zespolonych: wyznaczanie iloczynu i elementu odwrotnego; sprowadzanie do postaci kanonicznej. (2 godz.)
- 5. Wyznaczanie argumentu i modułu. Wyznaczanie pierwiastków. (2godz.)
- 6. Rozwiązywanie równań o współczynnikach zespolonych. (2 godz.)
- 7. Kolokwium. (2 godz.)

Permutacje

- 1. Wyznaczanie iloczyn permutacji, permutacji odwrotnej. Rozkład permutacji na cykle i na transpozycje. Znak permutacji. (4 godz.)

Przestrzenie liniowe

- 1. Przykłady przestrzeni liniowych; podprzestrzenie. (4 godz.)
- 2. Sprawdzanie warunków liniowej niezależności, wyznaczanie baz (4 godz.)
- 3. Obliczanie wartości odwzorowania liniowego. Wyznaczanie jądra i obrazu w prostych przypadkach. (4 godz.)
- 4. Kolokwium (2 godz.)
- 5. Wyznaczanie rzędu macierzy – algorytm (2 godz.)
- 6. Wyznaczanie macierzy odwrotnej – algorytm . (1 godz.)

Wyznaczniki

- 1. Zastosowanie wyznaczników 2x2 – wzór na pole równoległoboku i trójkąta. (2 godz.)
- 2. Wyznaczniki 3x3 – objętość równoległościanu. (2 godz.)
- 3. Zastosowanie poznanych twierdzeń w obliczaniu wyznaczników o dużych rozmiarach. (4 godz.)
- 4. Kolokwium (2 godz.)

Dopuszcza się, by tematy dotyczące układów równań liniowych, które mają być realizowane w ramach zajęć z algebry liniowej 2, były częściowo realizowane na zajęciach z algebry liniowej 1.

Teaching methods

Tradycyjny wykład; ćwiczenia audytoryjne, w ramach których studenci rozwiązują zadania.

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student zna dowód małego twierdzenia Fermata.	• K_W04	• an oral response	• Class
Student posługuje się pojęciem przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy oraz potrafi rozwiązywać proste zadania z użyciem tych pojęć.	• K_W03 • K_U16 • K_U20	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class
Student potrafi wyznaczyć macierz odwzorowania liniowego w zadanych bazach.	• K_W03 • K_U16 • K_U20	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class
Student potrafi sprawdzić, czy dany układ wektorów jest liniowo niezależny; wyznaczyć rząd macierzy; znaleźć macierz odwrotną.	• K_U19	• an evaluation test • an oral response	• Class
Student zna i rozumie pojęcie ciała, a także zna podstawowe przykłady ciał.	• K_W05	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class
Student potrafi przeprowadzić proste operacje na elementach ciał, jak np.: wyznaczanie elementu odwrotnego; wyznaczanie potęgi elementu w ciele reszt modulo p; wyznaczanie pierwiastka liczby zespolonej.	• K_U01	• a quiz • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student zna definicję wyznacznika i potrafi go obliczyć z użyciem metody Laplace’a. Zna geometryczną interpretację wyznacznika w dwu i trzech wymiarach.	• K_U18	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an oral response	• Lecture • Class
Student potrafi obliczyć znak permutacji.	• K_U18	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture • Class

Assignment conditions

Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu. Egzamin składa się z kilkunastu zadań. Na jedno zadanie składa się kilka stwierdzeń, których prawdziwość należy rozstrzygnąć. Dla wybranych stwierdzeń należy podać uzasadnienie: „To stwierdzenie jest prawdziwe (fałszywe), bo...” Forma egzaminu może ulec zmianie.

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (40%), ocena z egzaminu (60%). Prowadzący może podnieść ocenę o pół stopnia, jeśli uzna, że student na to zasługuje (np. ponadprzeciętne zaangażowanie studenta; interesujące rozwiązanie zadania itp.).

Recommended reading

1. Aleksiej I. Kostrikin, *Wstęp do algebry*, t. 1 i 2, PWN, Warszawa 2004.
2. *Zbiór zadań z algebry*, red. Aleksiej I. Kostrikin, PWN, Warszawa 2005.

Further reading

1. Andrzej Białynicki-Birula, *Algebra liniowa z geometrią*, PWN, Warszawa 1976
2. Jacek Gancarzewicz, *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Wyd. Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2004.

Notes

Modified by dr Alina Szelecka (last modification: 19-05-2022 21:46)

Generated automatically from SylabUZ computer system