

Logic and Set Theory - course description

General information	
Course name	Logic and Set Theory
Course ID	11.1-WK-MATP-LTM-W-S14_pNadGenJ30JE
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Mathematics
Education profile	academic
Level of studies	First-cycle studies leading to Bachelor's degree
Beginning semester	winter term 2022/2023

Course information	
Semester	1
ECTS credits to win	6
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	dr hab. Krzysztof Przeglowski, prof. UZ

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Lecture	30	2	-	-	Exam
Class	30	2	-	-	Credit with grade

Aim of the course

Poznanie podstawowych pojęć i metod w zakresie logiki i teorii mnogości.

Prerequisites

Wiedza matematyczna w zakresie szkoły średniej.

Scope

WYKŁAD

1. **Rachunek zdań.** Spójniki logiczne. Wartościowanie. Tautologie. Podstawowe reguły dowodzenia. (3 godz.)
2. **Zbiory.** Relacje należenia i zawierania; równość zbiorów. Funkcja zdaniowa. Operacje na zbiorach: suma, przekrój, różnica, różnica symetryczna, dopełnienie; prawa rachunku zbiorów, prawa de Morgana. Iloczyn kartezjański dwu zbiorów. (3 godz.)
3. **Kwantyfikatory.** Definicja, podstawowe własności. Operacje na dowolnych rodzinach zbiorów. (2 godz.)
4. **Relacje i funkcje.** Dziedzina i przeciwdziedzina. Podstawowe typy relacji. Funkcje jako relacje. Indeksowane rodziny zbiorów: sumy, przekroje, prawa de Morgana. Funkcje zdaniowe – wyróżnianie podzbiorów. Injekcje, surjekcje, bijekcje; obcięcie i przedłużenie funkcji; składanie funkcji; funkcje odwrotne. Obrazy i przeciwobrazy. Sposoby określania funkcji. (4 godz.)
5. **Indukcja matematyczna.** Aksjomatyka Peana. Zasada indukcji matematycznej i jej równoważne formy. Ciągi rekurencyjne. Zliczanie zbiorów skończonych; zasada włączania-wyłączania. (3 godz.)
6. **Relacje c.d.** Relacje równoważności: klasy abstrakcji a podziały; konstrukcje ilorazowe: zbiór liczb wymiernych. Produkty uogólnione; relacje wielocłonowe. (3 godz.)
7. **Moc zbioru.** Zbiory skończone; zbiory przeliczalne: przeliczalność zbioru: liczb całkowitych, liczb wymiernych i liczb algebraicznych. Twierdzenie Cantora-Bernsteina. Twierdzenie Cantora o zbiorach potęgowych; nieprzeliczalność rodziny wszystkich podzbiorów zbioru liczb naturalnych. Nieprzeliczalność zbioru liczb rzeczywistych; inne zbiory mocy continuum: produkt zbiorów mocy continuum. Hipoteza continuum. Rachunek mocy (7 godz.)
8. **Relacje porządkujące.** Częściowe porządki: elementy wyróżnione: element największy, maksymalny, kres górny itp.; kraty zupełne – twierdzenie Tarskiego o punkcie stałym; izomorfizm zbiorów częściowo uporządkowanych: realizacja częściowego porządku w formie inkluzji. Relacje preferencji. Porządki liniowe gęste, ciągłe, dobre. (3 godz.)
9. **Aksjomat wyboru.** Twierdzenie Hausdorffa o istnieniu łańcucha maksymalnego. Lemat Kuratowskiego-Zorna; istnienie baz Hamela. Zasada dobrego uporządkowania; liczby kardynalne. (2 godz.)

ĆWICZENIA

1. **Rachunek zdań.** Obliczanie wartości zdania w zależności od wartości zmiennych. Sprawdzanie czy zdanie jest tautologią. Zdania równoważne – zapisywanie zdania równoważnego za pomocą danych spójników. (3 godz.)
2. **Zbiory.** Operacje na zbiorach: sprawdzanie równości zawierania zbiorów określonych za pomocą innych działań. Dowody prostych zależności zachodzących między zbiorami. (3 godz.)
3. **Kwantyfikatory.** Zapisywanie twierdzeń z użyciem kwantyfikatorów i symboli logicznych. (3 godz.)
4. **Relacje i funkcje.** Sprawdzanie własności relacji i funkcji. Wyznaczanie dziedziny i przeciwdziedziny relacji i funkcji. Składanie funkcji. Manipulowanie indeksowanymi rodzinami zbiorów. Obrazy i przeciwobrazy zbiorów. (3 godz.)
5. **Kolokwium (2 godz.)**
6. **Indukcja matematyczna.** Przykłady rozumowań indukcyjnych. Funkcje określone indukcyjnie – wyznaczanie wartości, badanie własności. (3 godz.)
7. **Relacje c.d.** Sprawdzanie czy dana relacja jest równoważności. Zastosowania relacji równoważności w prostych konstrukcjach algebraicznych. (3 godz.)
8. **Moc zbioru.** Porównywanie mocy zbiorów. Przykłady zbiorów przeliczalnych i mocy continuum (zbiór Cantora). (5 godz.)

9. **Relacje porządkujące.** Sprawdzanie własności relacji porządkujących. Przykłady gęstych podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych. Przykłady krat zupełnych. Przykłady zbiorów dobrze uporządkowanych innych niż zbiór liczb naturalnych. Element graniczny, indukcja pozaskończona. (3 godz.)
10. **Kolokwium (2 godz.)**

Teaching methods

Tradycyjny wykład; ćwiczenia, w ramach których studenci rozwiązują zadania.

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student potrafi posługiwać się kwantyfikatorami oraz spójnikami logicznymi.	• K_U02	- an exam - oral, descriptive, test and other - an oral response - sprawdzian	- Lecture - Class
Student potrafi posługiwać się prostymi diagramami wspomagającymi rozumowanie (diagramy Venna i Hassego, grafy na przedstawienie relacji).	• K_U04	- an exam - oral, descriptive, test and other - an oral response - sprawdzian	- Lecture - Class
Student wie, że istnieją nieskończone zbiory nierównoliczne i potrafi to uzasadnić, a także podać przykłady.	• K_U07	- an exam - oral, descriptive, test and other - an oral response - sprawdzian	- Lecture - Class
Student rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki.	• K_W01	an oral response	Class
Student umie przeprowadzić proste rozumowanie metodą indukcji zupełnej; wie co to jest ciąg rekurencyjny.	• K_U03	- an exam - oral, descriptive, test and other - an oral response - sprawdzian	- Lecture - Class
Student rozumie znaczenie dowodu potrafi swoje zrozumienie zilustrować prostymi przykładami.	• K_W02	- an exam - oral, descriptive, test and other - an oral response - sprawdzian	- Lecture - Class

Assignment conditions

Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu. Egzamin składa się z kilkunastu zadań. Na jedno zadanie składa się kilka stwierdzeń, których prawdziwość należy rozstrzygnąć. Dla wybranych stwierdzeń należy podać uzasadnienie: „To stwierdzenie jest prawdziwe (fałszywe), bo...” Forma egzaminu może ulec zmianie.

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (40%), ocena z egzaminu (60%). Prowadzący może podnieść ocenę o pół stopnia, jeśli uzna, że student na to zasługuje (np. ponadprzeciętne zaangażowanie studenta; interesujące rozwiązanie zadania itp.)

Recommended reading

1. W. Guzicki, P. Zakrzewski, *Wykłady ze wstępu do matematyki*, PWN, Warszawa, 2005.
2. W. Guzicki, P. Zakrzewski, *Wstęp do matematyki. Zbiór zadań*, PWN, Warszawa, 2005.
3. H. Rasiowa, *Wstęp do matematyki współczesnej*, PWN. (wiele wydań).

Further reading

1. W. Marek, J. Onyszkiewicz, *Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach*, PWN. (wiele wydań)
2. J. Cichoń, *Wykłady ze wstępu do matematyki*, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 2003.

Książki wpisane jako literatura uzupełniająca wystarczają do studiowania przedmiotu.

Notes

Modified by dr Alina Szelecka (last modification: 19-05-2022 21:46)

Generated automatically from SylabUZ computer system