

Algebra ogólna - opis przedmiotu

Informacje ogólne	
Nazwa przedmiotu	Algebra ogólna
Kod przedmiotu	11.1-WK-MATP-AO-W-S14_pNadGenCRRVT
Wydział	Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Kierunek	Matematyka
Profil	ogólnoakademicki
Rodzaj studiów	pierwszego stopnia z tyt. licencjata
Semestr rozpoczęcia	semestr zimowy 2022/2023

Informacje o przedmiocie	
Semestr	3
Liczba punktów ECTS do zdobycia	4
Typ przedmiotu	obowiązkowy
Język nauczania	polski
Sylabus opracował	dr Joanna Skowronek-Kaziów

Formy zajęć					
Forma zajęć	Liczba godzin w semestrze (stacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne)	Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne)	Forma zaliczenia
Wykład	30	2	-	-	Egzamin
Ćwiczenia	30	2	-	-	Zaliczenie na ocenę

Cel przedmiotu

Celem jest uzyskanie przez studenta umiejętności i kompetencji w zakresie kursu algebry abstrakcyjnej (elementy teorii grup, pierścieni, ciał i krat).

Wymagania wstępne

Przystępujący do kursu Algebry ogólnej student powinien mieć opanowany materiał obejmujący Algebrę liniową 1 i 2.

Zakres tematyczny

Wykład

- Własności działań, struktury algebraiczne. Grupy, grupy abelowe, cykliczne, podgrupy, grupa permutacji, grupy torsyjne. Twierdzenie Cayleya i twierdzenie Lagrange’a. Momorfizmy grup, podgrupy normalne, kongruencje w grupach. Grupa ilorazowa, twierdzenie o izomorfizmie dla grup. (8 godz.)
- Pierścienie, podpierścienie, ideały, kongruencje w pierścieniach, pierścień ilorazowy. Twierdzenie o izomorfizmie dla pierścieni, ideały główne, ideały pierwsze i maksymalne. Ciało, ciała skończone, ciała proste, ciało ułamków. (4 godz.)
- Pierścienie z jednoznacznością rozkładu, własności elementów w pierścieniu głównym i w pierścieniu euklidesowym, elementy odwracalne, elementy pierwsze i elementy rozkładalne. Pierścień liczb całkowitych, twierdzenia o liczbach pierwszych, zasadnicze twierdzenie arytmetyki, przystawanie liczb całkowitych, Chińskie twierdzenie o resztach, Twierdzenie Eulera. (8 godz.)
- Pierścień wielomianów jednej i wielu zmiennych, pierwiastki wielomianów, Twierdzenie Bezout, rozkładalność wielomianu, twierdzenie Gaussa, kryterium Eisensteina-Shönemanna. Element algebraiczny względem ciała, wielomian minimalny. Rozszerzenia ciał. Ciało algebraicznie domknięte. Twierdzenie Hilberta o zerach. (6 godz.)
- Kraty, podkraty, krata podalgebr danej algebry ogólnej. Twierdzenie Dedekinda-Birkhoffa. Algebry Boole’a. (4 godz.)

Ćwiczenia

- Sprawdzanie własności grup (cykliczność, abelowość, torsyjność), wyznaczanie podgrup danej grupy(twierdzenie Lagrange’a), wyznaczanie jądra homomorfizmu, znajdowanie dzielników normalnych danej grupy oraz jej obrazów homomorficznych poprzez konstrukcję odpowiednich grup ilorazowych (zastosowanie Twierdzenia o izomorfizmie dla grup), dowodzenie związków kongruencji w grupach z podgrupami normalnymi. (8 godz.)
- Wyznaczanie podpierścieni (podciał) pierścienia (ciała) oraz badanie własności ideałów danego pierścienia, wyznaczanie obrazów homomorficznych pierścienia poprzez konstrukcję pierścieni ilorazowych. (4 godz.)
- Sprawdzanie, czy dany pierścień jest pierścieniem z jednoznacznością rozkładu, pierścieniem głównym lub euklidesowym, wyznaczanie elementów odwracalnych, sprawdzanie czy dany element pierścienia jest elementem pierwszym lub rozkładalnym. Wyznaczanie największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności elementów, przy zastosowaniu algorytmu Euklidesa, w pierścieniach euklidesowych. Wyznaczanie elementów odwrotnych w mltyplikatywnej grupie C(n) elementów odwracalnych pierścienia Zn stosując rozszerzony algorytm Euklidesa, obliczanie rzędu grupy $\Phi(n)$ poprzez obliczanie wartości funkcji Eulera dla liczby n. Chińskie twierdzenie o resztach w zadaniach. (8 godz.)
- Sprawdzanie czy element jest algebraiczny nad danym ciałem, sprawdzanie rozkładalności wielomianu w pierścieniach $\mathbb{Z}[x]$ i $\mathbb{Q}[x]$, znajdowanie rozszerzenia ciała oraz ciała rozkładu danego wielomianu. (6 godz.)
- Wyznaczanie (diagram Hasse’a) kraty podgrup normalnych (ideałów) danej grupy (pierścienia), wyznaczanie infimum i supremum zbioru elementów oraz elementów wyróżnionych dla tej kraty. Sprawdzanie, czy krata jest rozdzielną i modułarną stosując Twierdzenie Dedekinda-Birkhoffa o podkratach zabronionych. Sprawdzanie, czy krata jest algebrą Boole’a. (4 godz.)

Metody kształcenia

Wykłady: wykład konwencjonalny; wykład problemowy. Ćwiczenia: wspólne rozwiązywanie zadań związanych z tematyką przedmiotu, dowodzenie dodatkowych twierdzeń, ćwiczenia obrazujące zastosowanie teorii, rozwiązywanie zadań problemowych, dyskusja.

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student zna przykłady grup, pierścieni, ciał i krat oraz potrafi wskazać podalgębry danej algebry korzystając z odpowiednich kryteriów i twierdzeń (np. wyznaczając podgrupy kieruje się Twierdzeniem Lagrange’a).	K_W05	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach - dyskusja	- Wykład - Ćwiczenia
Student zna przykłady liczb algebraicznych na ciałem liczb wymiernych oraz przykłady liczb przestępnych.	K_U08	- kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	Ćwiczenia
Student potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania algebr ilorazowych (grupy ilorazowe, pierścienie ilorazowe) lub produktów kartezjańskich (sumy i iloczyny proste grup).	K_U05	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student rozpoznaje struktury algebraiczne (monoidy, półgrupy, grupy, pierścienia, ciała, kraty) w różnych obszarach matematycznych (zbiory liczbowe, zbiory macierzy, funkcji, ciągów, wektorów czy liczb zespolonych względem odpowiednich działań).	K_U17	- kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi samodzielnie wyszukiwać informacje w literaturze, w celu dowodzenia dodatkowych faktów, których dowody są pomijane na wykładach (np. dowód łączności działań modulo n, czy lemat Gaussa dotyczący wielomianów pierwotnych).	K_K06	- aktywność w trakcie zajęć - rozwązywanie dodatkowych zadań oraz samodzielne przedstawianie dowodów twierdzeń	Ćwiczenia
Student zna podstawowe twierdzenia algebry abstrakcyjnej i umie je dowodzić – takie jak Twierdzenie Lagrange’a dla grup i Twierdzenie o Izomorfizmie dla Grup.	K_W04	egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne	Wykład
Student stosuje diagramy Hassego do opisanie kraty podgrup normalnych danej grupy lub kraty ideałów danego pierścienia.	K_U04	- egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia

Warunki zaliczenia

Na ocenę z ćwiczeń składają się wyniki osiągnięte na kolokwiach (80%) oraz aktywność na zajęciach (20%). Egzamin składa się z części pisemnej oraz ustnej ale warunkiem przystąpienia do części ustnej jest uzyskanie minimum 30% punktów z części pisemnej.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń 50%) oraz ocena z egzaminu (50%). Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Literatura podstawowa

1. A. Białynicki-Birula, Zarys algebry, BM tom 63, PWN, Warszawa, 1987.
2. M. Bryński, Algebra dla studentów matematyki, PWN, Warszawa 1987.
3. B. Gleichgewicht, Algebra, Oficyna GiS, 2002.
4. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa, 2000.

Literatura uzupełniająca

1. G. Birkhoff, T.C. Bartee, Współczesna algebra stosowana, PWN, Warszawa, 1983.
2. M. Bryński, J. Jurkiewicz, Zbiór zadań z algebry, PWN, Warszawa 1985.
3. A.I. Kostykin, Wstęp do algebry, cz. I, III, PWN, Warszawa, 2005.
4. R. Lidl, Algebra dla przyrodników i inżynierów, PWN, Warszawa 1983.
5. A. Mostowski, M. Stark, Algebra wyższa, cz. I, II, III, PWN, 1966.

Uwagi

Zmodyfikowane przez dr Alina Szelecka (ostatnia modyfikacja: 19-05-2022 21:46)