

Topology - course description

General information	
Course name	Topology
Course ID	11.1-WK-MATP-T-Ć-S14_pNadGenNJ33K
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Mathematics
Education profile	academic
Level of studies	First-cycle studies leading to Bachelor's degree
Beginning semester	winter term 2022/2023

Course information	
Semester	6
ECTS credits to win	6
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	prof. dr hab. Marian Nowak

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Class	30	2	-	-	Credit with grade
Lecture	30	2	-	-	Exam

Aim of the course

Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami topologii przestrzeni metrycznych: przestrzeń metryczna, zbieżność ciągu, granica i ciągłość funkcji, ośrodkowość, zwartość, zupełność i spójność przestrzeni metrycznej.

Prerequisites

Znajomość postaw teorii mnogości i analizy matematycznej.

Scope

Wykład

Przestrzenie metryczne

1. Podstawowe własności i przykłady przestrzeni metrycznych. Przestrzenie funkcyjne. (2 godz.)
2. Topologia wyznaczona przez metrykę. Baza przestrzeni metrycznej. Układ otoczeń. Wnętrze i domknięcie zbioru. Zbiory otwarte i domknięte. (2 godz.)
3. Zbieżność ciągów w przestrzeniach metrycznych. Porównywanie metryk. (1 godz.)
4. Podprzestrzenie przestrzeni metrycznych. Iloczyn kartezjański przestrzeni metrycznych. (2 godz.)
5. Różne rodzaje zbiorów w przestrzeniach metrycznych. (1 godz.)
6. Przestrzenie metryczne ośrodkowe – podstawowe własności i przykłady (1 godz.).

Przekształcania ciągłe przestrzeni metrycznych

1. Przekształcania ciągłe i ich charakteryzacje. Przekształcenia jednostajnie ciągłe. (3 godz.)
2. Homeomorfizmy i izometrie przestrzeni metrycznych. Niezmienniki topologiczne. (1 godz.)
3. Zbieżność ciągów funkcyjnych. (1 godz.)

Przestrzenie metryczne zupełne

1. Przestrzenie zupełne. Podstawowe własności i przykłady. (2 godz.)
2. Uzupełnienie przestrzeni metrycznych.(1 godz.)
3. Twierdzenie Baire’a o kategoriach. Metoda kategorii Baire’a. (1 godz.)
4. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym.(1 godz.)

Przestrzenie metryczne zwarte

1. Przestrzenie zwarte. Podstawowe własności i przykłady. (2 godz.)
2. Charakteryzacje zwartych przestrzeni metrycznych. Twierdzenie Borela-Lebesgue’a (2 godz.)
3. Produkt kartezjański przestrzeni zwartych. (1 godz.)
4. Charakteryzacja zbiorów zwartych w przestrzeni Euklidesowej (1 godz.)
5. Własności przekształceń ciągłych na zwartych przestrzeniach metrycznych. Twierdzenie Weierstrassa. (3 godz.)

Przestrzenie metryczne spójne i łukowo spójne

1. Przestrzenie spójne. Podstawowe własności i przykłady. (1 godz.)
2. Własności przekształceń ciągłych na spójnych przestrzeniach metrycznych. (1 godz.)

Ćwiczenia

Przestrzenie metryczne

1. Podstawowe własności metryk. Przestrzenie Euklidesowe i przestrzenie funkcyjne. (2 godz.)
2. Sprawdzanie warunków metryki w konkretnych przestrzeniach funkcyjnych. (3 godz.)
3. Porównywanie różnych metryk na płaszczyźnie. (2 godz.)
4. Badanie produktów kartezjańskich przestrzeni metrycznych. (2 godz.)
5. Operacje na zbiorach w przestrzeni metrycznej, np. wyznaczanie wnętrza i domknięcia zbiorów dla różnych metryk. (4 godz.)
6. Badanie zbieżności i punktów skupienia ciągów w przestrzeniach metrycznych. (2 godz.)
7. Wyznaczanie różnych własności zbiorów w przestrzeniach metrycznych. (2 godz.)
8. Kolokwium. (2 godz.)

Przekształcenia ciągle

1. Badanie ciągłości i jednostajnej ciągłości funkcji na przestrzeniach funkcyjnych. (4 godz.)
2. Badanie zbieżności ciągów w przestrzeniach funkcyjnych. (2 godz.)

Własności topologiczne podstawowych klas przestrzeni metrycznych

1. Badanie zupełności funkcyjnych przestrzeni metrycznych. (2 godz.)
2. Charakteryzacja zbiorów zwartych i spójnych w przestrzeniach metrycznych 3 godz.)
3. Kolokwium. (2 godz.)

Teaching methods

Wykład konwencjonalny. Ćwiczenia audytoryjne , rozwiązywanie problemów i zadań.

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student rozumie pojęcie przestrzeni metrycznej oraz potrafi wskazać podstawowe jej własności; zna podstawowe przykłady ciągowych i funkcyjnych przestrzeni metrycznych; zna i rozumie pojęcie topologii generowanej przez metrykę.	• K_W05	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Lecture • Class
Student zna pojęcia zbieżności i punktu skupienia ciągu w przestrzeni metrycznej oraz potrafi podać charakteryzacje zbieżności ciągów w podstawowych klasach ciągowych i funkcyjnych przestrzeniach metrycznych; potrafi porównywać różne metryki określone na przestrzeniach Euklidesowych.	• K_U10	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Lecture • Class
Student umie wskazać podstawowe charakteryzacje przekształceń ciągłych. Rozróżnia pojecie przekształcenia ciągłego i jednostajnie ciągłego. Potrafi podać przykłady niezmienników topologicznych.	• K_U09	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Lecture • Class
Student posiada znajomość podstawowych własności funkcji określonych na zwartych i spójnych przestrzeniach metrycznych; zna dowody twierdzenia Weierstrassa, twierdzenia Darboux.	• K_U09	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Lecture • Class

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student potrafi stosować pojęcia topologiczne w innych działach matematyki.	• K_U24	• a discussion • an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Lecture • Class
Student potrafi konstruować nowe przestrzenie metryczne poprzez konstruowanie podprzestrzeni przestrzeni metrycznej i produktów kartezjańskich przestrzeni metrycznych.	• K_U05	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Lecture • Class
Student potrafi posługiwać się podstawowymi przestrzeniami metrycznymi, takimi jak ośrodkowość, zwartość, zupełność, spójność; umie wskazać przykłady takich przestrzeni.	• K_U23	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Lecture • Class
Student rozpoznaje podstawowe struktury topologiczne w obiektach rozważanych w geometrii i analizie matematycznej.	• K_W05	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Lecture • Class
Student potrafi przeprowadzać podstawowe operacje topologiczne na zbiorach w przestrzeni metrycznej np. wyznaczyć domknięcie i wnętrze zbioru.	• K_U23	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an observation and evaluation of activities during the classes • sprawdzanie przygotowania studentów do zajęć	• Lecture • Class

Assignment conditions

1. Kolokwia o zróżnicowanym stopniu trudności, pozwalające sprawdzić stopień opanowania poszczególnych efektów kształcenia.
2. Egzamin polega na sprawdzeniu rozumienia podstawowych pojęć , wskazania przykładów oraz sprawdzenia znajomości dowodów wskazanych twierdzeń.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (40%) oraz ocena z egzaminu (60%).

Warunkiem do przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Recommended reading

1. S. Gładysz, Wstęp do topologii, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1981.
2. W. Rzymowski, Przestrzenie metryczne w analizie, Wyd. UMCS, Lublin 2000.
3. J. Jędrzejewski , W. Wilczyński, Przestrzenie metryczne w zadaniach , Wyd. UŁ. Łódź 2007.

Further reading

1. J. Jędrzejewski, Zarys teorii przestrzeni metrycznych, Wydawnictwo WSP Słupsk, 1999.
2. A. W. Archangielski , W. I. Ponomariow, Podstawy topologii ogólnej w zadaniach, PWN, Warszawa 1986.

Notes

Modified by dr Alina Szelecka (last modification: 19-05-2022 21:46)