

Mathematical Statistics - course description

General information	
Course name	Mathematical Statistics
Course ID	11.2-WK-MATP-SM-S21
Faculty	Faculty of Mathematics, Computer Science and Econometrics
Field of study	Mathematics
Education profile	academic
Level of studies	First-cycle studies leading to Bachelor's degree
Beginning semester	winter term 2022/2023

Course information	
Semester	4
ECTS credits to win	6
Course type	obligatory
Teaching language	polish
Author of syllabus	- dr hab. Stefan Zontek, prof. UZ - dr Ewa Synówka

Classes forms					
The class form	Hours per semester (full-time)	Hours per week (full-time)	Hours per semester (part-time)	Hours per week (part-time)	Form of assignment
Class	30	2	-	-	Credit with grade
Laboratory	15	1	-	-	Credit with grade
Lecture	30	2	-	-	Exam

Aim of the course

Zapoznanie studenta z teoretycznymi podstawami wnioskowania statystycznego.

Prerequisites

Zaliczony wykład z Rachunku prawdopodobieństwa.

Scope

Wykład

- Rozkład normalny i rozkłady z nim związane.** Zmienna losowa i jej podstawowe charakterystyki, zmienna losowa o rozkładzie normalnym (powtórka). Rozkład chi-kwadrat, t-Studenta, F-Snedecora.
- Model statystyczny.** Cel badań statystycznych, przestrzeń statystyczna, pojęcie próby, twierdzenie o zbieżności dystrybucyjnej empirycznej. Rozkłady prawdopodobieństwa wybranych statystyk z próby, twierdzenie Fishera. Statystyki dostateczne, twierdzenie o faktoryzacji. Statystyki zupełne. Wykładnicze rodziny rozkładów prawdopodobieństwa, naturalna przestrzeń parametrów, twierdzenie o postaci statystyki dostatecznej, twierdzenie Lehmana.
- Teoria estymacji.** Estymatory nieobciążone o minimalnej wariancji, twierdzenie Lehmana-Scheffego, twierdzenie Rao-Blackwella. Metoda momentów. Metoda największej wiarygodności. Przedziały ufności.
- Teoria testowania hipotez statystycznych.** Podstawowe pojęcia. Testy jednostajnie najmocniejsze, lemat Neymana-Pearsona. Testy jednostajnie najmocniejsze w modelach z monotonicznym ilorzem wiarygodności, twierdzenie Karłina-Rubina.

Ćwiczenia

- Powtórzenie i uzupełnienie wiadomości z rachunku prawdopodobieństwa. Rozkład normalny i jego własności. Korzystanie z tablic statystycznych. Rozkład wielowymiarowych zmiennych losowych i jego podstawowe charakterystyki liczbowe. Funkcje zmiennych losowych i ich rozkłady.
- Niezależność zmiennych. Pojęcie próby – wyznaczanie rozkładu w przypadku próby losowej prostej. Sprawdzanie, czy dane zmienne losowe są statystykami. Wyznaczanie, w oparciu o twierdzenie Fishera, rozkładów wybranych zmiennych losowych.
- Rozkłady warunkowe. Wyznaczanie statystyk dostatecznych z definicji. Zastosowanie kryterium faktoryzacji do wyznaczania statystyk dostatecznych.
- Sprawdzanie, czy dana rodzina rozkładów prawdopodobieństwa jest rodziną wykładniczą. Wykorzystanie twierdzenia Lehmana do wyznaczania statystyk dostatecznych i zupełnych.
- Pojęcie estymatora. Obliczanie wartości oczekiwanej i wariancji wybranych estymatorów. Sprawdzenie ich nieobciążoności.
- Zastosowanie twierdzenia Lehmana-Sheffego oraz Rao-Blackwella do konstrukcji estymatorów nieobciążonych o minimalnej wariancji.
- Wykorzystanie metody momentów i metody największej wiarygodności do wyznaczania estymatorów wybranych parametrów.
- Konstrukcja przedziałów ufności dla wybranych parametrów. Wyznaczanie ocen przedziałowych w oparciu o zaobserwowane wartości. Posługiwanie się odpowiednimi tablicami statystycznymi.
- Obliczanie prawdopodobieństwa popełnienia błędu I i II rodzaju. Funkcja mocy testu.
- Konstrukcja testów jednostajnie najmocniejszych.

Laboratorium

- Zajęcia wprowadzające dotyczące wykorzystywanego oprogramowania.
- Wylizanie prawdopodobieństw. Zilustrowanie działania Centralnego Twierdzenia Granicznego.

3. Podstawowe rozkłady statystyki matematycznej. Wyznaczanie kwantyli oraz wartości krytycznych.
4. Zilustrowanie działania twierdzenia o zbieżności dystrybuanty empirycznej.
5. Estymacja punktowa.
6. Wyznaczanie przedziałów ufności dla parametrów rozkładu normalnego. Badanie wpływu poziomu ufności i rozmiaru próby na długość wyznaczanych przedziałów.
7. Podstawy weryfikacji hipotez statystycznych: błąd pierwszego i drugiego rodzaju. Obszar krytyczny i p-wartość.
8. Testowanie hipotez statystycznych w modelu normalnym.

Teaching methods

Wykład tradycyjny (kreda i tablica tylko do najważniejszych sformułowań, dowodów twierdzeń), na ćwiczeniach rozwiązywanie uprzednio podanych do wiadomości zadań (zadania przeliczeniowe, przeprowadzanie dowodów przy upraszczających założeniach), na laboratorium wykorzystanie procedur wybranego pakietu statystycznego do zilustrowania części pojęć i twierdzeń.

Learning outcomes and methods of theirs verification

Outcome description	Outcome symbols	Methods of verification	The class form
Student umie sprawdzić założenia twierdzenia Lehmana.	• K_W04	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Class
Student potrafi wykazać własność nieobciążoności lub jej brak standardowo stosowanych estymatorów.	• K_W04	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Class
Student wie, że badania statystyczne dają przybliżoną wiedzę o badanym zjawisku.	• K_W01 • K_W03 • K_U30 • K_U34	• a discussion • an exam - oral, descriptive, test and other	• Lecture • Laboratory • Class
Student dla znanych mu testów statystycznych wie, jak podjąć decyzję o przyjęciu lub odrzuceniu hipotezy statystycznej posługując się tablicami statystycznymi.	• K_U35 • K_U36	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Laboratory • Class
Student umie posłużyć się wybranym pakietem statystycznym.	• K_U35	• an evaluation test • an ongoing monitoring during classes	• Laboratory
Student umie poprawnie zinterpretować przedział ufności i zna metodę ich wyznaczania przy użyciu funkcji wiodącej.	• K_W04 • K_U35 • K_U36	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Laboratory • Class
Student korzystając z kryterium faktoryzacji, potrafi wyznaczać nietrywialne statystyki dostateczne dla prób z typowych rozkładów.	• K_W04	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Class
Student potrafi określić rozkłady podstawowych statystyk z próby pochodzącej z rozkładu normalnego.	• K_W04	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Class
Student jest w stanie wyznaczyć estymatory metodą momentów i metodą największej wiarygodności dla prób z typowych rodzin rozkładów.	• K_U12 • K_U34	• an evaluation test • an exam - oral, descriptive, test and other • an ongoing monitoring during classes	• Lecture • Class

Assignment conditions

1. Przygotowanie studenta do ćwiczeń weryfikuje się poprzez sprawdzenie wiedzy (pojęcia, własności, twierdzenia) niezbędnej do rozwiązania kolejnego zadania z listy

(brak przygotowania do ćwiczeń jest uwzględniany w końcowej ocenie z ćwiczeń). Kolokwia z zadaniami o zróżnicowanym stopniu trudności, pozwalającymi na ocenę, czy student osiągnął efekty kształcenia w stopniu minimalnym.

2. Ocena z laboratorium wystawiona jest na podstawie kolokwium z zadaniami o zróżnicowanym poziomie trudności, pozwalającymi określić stopień opanowania narzędzi statystycznych oraz umiejętność poprawnego wnioskowania w oparciu o otrzymane wyniki analiz.
3. Egzamin (I termin) pisemny z pytaniami nawiązującymi bezpośrednio do pojęć, twierdzeń, jak i z pytaniami o charakterze sprawdzającym zrozumienie przyswojonej wiedzy. Egzamin poprawkowy w formie ustnej, typ pytań jak wyżej.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (30%), z laboratorium (20%) i ocena z egzaminu (50%). Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu są pozytywne oceny z ćwiczeń, laboratorium i egzaminu.

Recommended reading

1. Jarosław Bartoszewicz, Wykłady ze statystyki matematycznej, PWN, Warszawa 1989.
2. J. Grus, Data science od podstaw. Analiza danych w Pythonie, Helion 2018.
3. Mirosław Krzyśko, Statystyka matematyczna, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 1996.

Further reading

1. J. B. Barra, Matematyczne podstawy statystyki, PWN, Warszawa 1982.
2. K. Black, Business Statistics For Contemporary Decision Making, 6th Edition, John Wiley & Sons, Inc. 2010.
3. W. Krysiński, J. Bartos, W. Dyczka, W. Królikowska, W. Wasilewski, Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, część I i II, wydanie V, PWN, Warszawa 1995.
4. E. L. Lehmann, Testing statistical hypothesis, Second edition. Wiley, New York 1986 (polski przekład pierwszego wydania: Testowanie hipotez statystycznych, PWN, Warszawa 1968).

Notes

Modified by dr Alina Szelecka (last modification: 04-07-2022 13:48)

Generated automatically from SylabUZ computer system