

# Algebra liniowa 1 - opis przedmiotu

| Informacje ogólne   |                                                               |
|---------------------|---------------------------------------------------------------|
| Nazwa przedmiotu    | Algebra liniowa 1                                             |
| Kod przedmiotu      | 11.1-WK-MATP-AL1-Ć-S14_pNadGenEIR82                           |
| Wydział             | <a href="#">Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii</a> |
| Kierunek            | Matematyka                                                    |
| Profil              | ogólnoakademicki                                              |
| Rodzaj studiów      | pierwszego stopnia z tyt. licencjata                          |
| Semestr rozpoczęcia | semestr zimowy 2016/2017                                      |

| Informacje o przedmiocie        |                                                                                         |
|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| Semestr                         | 1                                                                                       |
| Liczba punktów ECTS do zdobycia | 6                                                                                       |
| Typ przedmiotu                  | obowiązkowy                                                                             |
| Język nauczania                 | polski                                                                                  |
| Sylabus opracował               | <ul style="list-style-type: none"><li>dr hab. Krzysztof Przesławski, prof. UZ</li></ul> |

| Formy zajęć |                                         |                                        |                                            |                                           |                     |
|-------------|-----------------------------------------|----------------------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------|
| Forma zajęć | Liczba godzin w semestrze (stacjonarne) | Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne) | Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne) | Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne) | Forma zaliczenia    |
| Ćwiczenia   | 45                                      | 3                                      | -                                          | -                                         | Zaliczenie na ocenę |
| Wykład      | 45                                      | 3                                      | -                                          | -                                         | Egzamin             |

## Cel przedmiotu

Zapoznanie studenta z podstawowymi strukturami algebraicznymi: ciało, grupa, przestrzeń liniowa.

## Wymagania wstępne

Znajomość algebry w zakresie szkoły średniej.

## Zakres tematyczny

### Wykład

#### Ciała

- Ciała liczbowe. (2 godz.)
- Działania. Aksjomaty ciała. (2 godz.)
- Ciało funkcji wymiernych. (1 godz.)
- Ciało reszt modulo  $p$  – małe twierdzenie Fermata. (3 godz.)
- Izomorfizmy ciał; automorfizmy. Charakterystyka ciała. (2 godz.)
- Liczby zespolone: sprzężenie, moduł, postać trygonometryczna, interpretacja geometryczna działań, wzory de Moivre’a, pierwiastkowanie liczb zespolonych. (4 godz.)
- Zasadnicze twierdzenie algebry. Liczby algebraiczne. Liczby przestępne. (informacyjnie) (1 godz.)
- Ciała nieprzemienne: kwaterniony. (informacyjnie, z poleceniem rozszerzenia wiedzy na podstawie podręcznika oraz materiałów do wykładu) (1 godz.)

#### Permutacje

- Definicja grupy; przykłady. (1 godz.)
- Znak permutacji; podgrupa alternująca. (2 godz.)
- Rozkład permutacji na cykle rozłączne i na transpozycje. (1 godz.)

#### Przestrzenie liniowe

- Definicja przestrzeni liniowej; przykłady. (1 godz.)
- Liniowa niezależność; powłoka liniowa; baza; twierdzenie Steinitza o wymianie; wymiar.
- Odwzorowania liniowe; przestrzeń liniowa homomorfizmów liniowych; izomorfizm przestrzeni liniowych; macierze odwzorowań liniowych w przestrzeniach ciągów; mnożenie macierzy a składanie odwzorowań liniowych; algebry nad ciałem – algebry endomorfizmów liniowych. (3 godz.)
- Twierdzenie o rzędzie; jądro i obraz odwzorowania liniowego. (3 godz.)
- Macierze odwzorowań liniowych w dowolnych bazach; zamiana układu współrzędnych. (2 godz.)
- Przestrzeń sprzężona; baza dualna; izomorfizm naturalny drugiej przestrzeni sprzężonej z wyjściową; odwzorowanie liniowe sprzężone; macierz transponowana (4 godz.)

#### Wyznaczniki

- Wyznacznik macierzy kwadratowej; liniowość i antysymetryczność wyznacznika. (3 godz.)
- Wzór Cauchy’ego; wyznacznik endomorfizmu liniowego. (2 godz.)

- 3. Wzory Laplace’a na rozwinięcie wyznacznika; wzór na odwrotność macierzy. (2 godz.)
- 4. Pełna grupa liniowa; specjalna grupa liniowa; grupa macierzy górnotrójkątnych (1 godz.)

Ćwiczenia

Ciała

- 1. Liczby wymierne i niewymierne – przykłady. Ciała liczbowe – przykłady. (3 godz.)
- 2. Działania dwuargumentowe i ich własności. (1 godz.)
- 3. Rachunek modularny – tabelki działań, wyznaczanie elementów odwrotnych; współczynniki dwumianowe (zadania z wykorzystaniem indukcji matematycznej); zastosowania małego twierdzenia Fermata. (2 godz.)
- 4. Operacje na liczbach zespolonych: wyznaczanie iloczynu i elementu odwrotnego; sprowadzanie do postaci kanonicznej. (2 godz.)
- 5. Wyznaczanie argumentu i modułu. Wyznaczanie pierwiastków. (2godz.)
- 6. Rozwiązywanie równań o współczynnikach zespolonych. (2 godz.)
- 7. Kolokwium. (2 godz.)

Permutacje

- 1. Wyznaczanie iloczyn permutacji, permutacji odwrotnej. Rozkład permutacji na cykle i na transpozycje. Znak permutacji. (4 godz.)

Przestrzenie liniowe

- 1. Przykłady przestrzeni liniowych; podprzestrzenie. (4 godz.)
- 2. Sprawdzanie warunków liniowej niezależności, wyznaczanie baz (4 godz.)
- 3. Obliczanie wartości odwzorowania liniowego. Wyznaczanie jądra i obrazu w prostych przypadkach. (4 godz.)
- 4. Kolokwium (2 godz.)
- 5. Wyznaczanie rzędu macierzy – algorytm (2 godz.)
- 6. Wyznaczanie macierzy odwrotnej – algorytm . (1 godz.)

Wyznaczniki

- 1. Zastosowanie wyznaczników 2x2 – wzór na pole równoległoboku i trójkąta. (2 godz.)
- 2. Wyznaczniki 3x3 – objętość równoległościanu. (2 godz.)
- 3. Zastosowanie poznanych twierdzeń w obliczaniu wyznaczników o dużych rozmiarach. (4 godz.)
- 4. Kolokwium (2 godz.)

Dopuszcza się, by tematy dotyczące układów równań liniowych, które mają być realizowane w ramach zajęć z algebry liniowej 2, były częściowo realizowane na zajęciach z algebry liniowej 1.

Metody kształcenia

Tradycyjny wykład; ćwiczenia audytoryjne, w ramach których studenci rozwiązują zadania.

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

| Opis efektu                                                                                                                                                                                                | Symbole efektów                                                                                                                   | Metody weryfikacji                                                                                                                  | Forma zajęć                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| Student zna i rozumie pojęcie ciała, a także zna podstawowe przykłady ciał.                                                                                                                                | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_W05</a></li></ul>                                                             | <ul style="list-style-type: none"><li>egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li><li>kolokwium</li><li>odpowiedź ustna</li></ul>  | <ul style="list-style-type: none"><li>Wykład</li><li>Ćwiczenia</li></ul> |
| Student potrafi przeprowadzić proste operacje na elementach ciał, jak np.: wyznaczanie elementu odwrotnego; wyznaczanie potęgi elementu w ciele reszt modulo p; wyznaczanie pierwiastka liczby zespolonej. | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_U01</a></li></ul>                                                             | <ul style="list-style-type: none"><li>egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li><li>odpowiedź ustna</li><li>sprawdzian</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>Wykład</li><li>Ćwiczenia</li></ul> |
| Student zna dowód małego twierdzenia Fermata.                                                                                                                                                              | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_W04</a></li></ul>                                                             | <ul style="list-style-type: none"><li>odpowiedź ustna</li></ul>                                                                     | <ul style="list-style-type: none"><li>Ćwiczenia</li></ul>                |
| Student potrafi obliczyć znak permutacji.                                                                                                                                                                  | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_U18</a></li></ul>                                                             | <ul style="list-style-type: none"><li>egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li><li>kolokwium</li></ul>                          | <ul style="list-style-type: none"><li>Wykład</li><li>Ćwiczenia</li></ul> |
| Student posługuje się pojęciem przestrzeni liniowej, przekształcenia liniowego, macierzy oraz potrafi rozwiązywać proste zadania z użyciem tych pojęć.                                                     | <ul style="list-style-type: none"><li><a href="#">K_W03</a></li><li><a href="#">K_U16</a></li><li><a href="#">K_U20</a></li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li><li>kolokwium</li><li>odpowiedź ustna</li></ul>  | <ul style="list-style-type: none"><li>Wykład</li><li>Ćwiczenia</li></ul> |

| Opis efektu                                                                                                                                              | Symbole efektów                                                                                                                       | Metody weryfikacji                                                                                                                     | Forma zajęć                                                                 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Student potrafi wyznaczyć macierz odwzorowania liniowego w zadanych bazach.                                                                              | <ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">K_W03</a></li> <li><a href="#">K_U16</a></li> <li><a href="#">K_U20</a></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li> <li>kolokwium</li> <li>odpowiedź ustna</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Wykład</li> <li>Ćwiczenia</li> </ul> |
| Student potrafi sprawdzić, czy dany układ wektorów jest liniowo niezależny; wyznaczyć rząd macierzy; znaleźć macierz odwrotną.                           | <ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">K_U19</a></li> </ul>                                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>kolokwium</li> <li>odpowiedź ustna</li> </ul>                                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>Ćwiczenia</li> </ul>                 |
| Student zna definicję wyznacznika i potrafi go obliczyć z użyciem metody Laplace’a. Zna geometryczną interpretację wyznacznika w dwu i trzech wymiarach. | <ul style="list-style-type: none"> <li><a href="#">K_U18</a></li> </ul>                                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne</li> <li>kolokwium</li> <li>odpowiedź ustna</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Wykład</li> <li>Ćwiczenia</li> </ul> |

## Warunki zaliczenia

Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu. Egzamin składa się z kilkunastu zadań. Na jedno zadanie składa się kilka stwierdzeń, których prawdziwość należy rozstrzygnąć. Dla wybranych stwierdzeń należy podać uzasadnienie: „To stwierdzenie jest prawdziwe (fałszywe), bo...” Forma egzaminu może ulec zmianie.

Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń.

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (40%), ocena z egzaminu (60%). Prowadzący może podnieść ocenę o pół stopnia, jeśli uzna, że student na to zasługuje (np. ponadprzeciętne zaangażowanie studenta; interesujące rozwiązanie zadania itp.).

## Literatura podstawowa

1. Aleksiej I. Kostrikin, *Wstęp do algebry*, t. 1 i 2, PWN, Warszawa 2004.
2. *Zbiór zadań z algebry*, red. Aleksiej I. Kostrikin, PWN, Warszawa 2005.

## Literatura uzupełniająca

1. Andrzej Białynicki-Birula, *Algebra liniowa z geometrią*, PWN, Warszawa 1976
2. Jacek Gancarzewicz, *Algebra liniowa i jej zastosowania*, Wyd. Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2004.

## Uwagi

Zmodyfikowane przez dr Alina Szelecka (ostatnia modyfikacja: 09-09-2016 11:13)

Wygenerowano automatycznie z systemu SylabUZ