

Analiza funkcjonalna - opis przedmiotu

Informacje ogólne	
Nazwa przedmiotu	Analiza funkcjonalna
Kod przedmiotu	11.1-WK-MATD-AF-W-S14_pNadGenVA8GI
Wydział	Wydział Matematyki, Informatyki i Ekonometrii
Kierunek	Matematyka
Profil	ogólnoakademicki
Rodzaj studiów	drugiego stopnia z tyt. magistra
Semestr rozpoczęcia	semestr zimowy 2018/2019

Informacje o przedmiocie	
Semestr	2
Liczba punktów ECTS do zdobycia	6
Typ przedmiotu	obowiązkowy
Język nauczania	polski
Sylabus opracował	• prof. dr hab. Marian Nowak

Formy zajęć					
Forma zajęć	Liczba godzin w semestrze (stacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (stacjonarne)	Liczba godzin w semestrze (niestacjonarne)	Liczba godzin w tygodniu (niestacjonarne)	Forma zaliczenia
Wykład	30	2	-	-	Egzamin
Ćwiczenia	30	2	-	-	Zaliczenie na ocenę

Cel przedmiotu

Zapoznanie studentów z podstawowymi własnościami przestrzeni Banacha i Hilberta oraz podstawami teorii operatorów liniowych na przestrzeniach Banacha.

Wymagania wstępne

Zakłada się znajomość postaw teorii mnogości, topologii metrycznej, algebry liniowej, analizy matematycznej oraz elementów teorii miary i całki.

Zakres tematyczny

Wykład

Przestrzenie unormowane i przestrzenie Banacha

1. Przestrzenie unormowane i przestrzenie Banacha. Podstawowe definicje i własności. Przykłady ciągłych i funkcyjnych przestrzeni Banacha. (3 godz.)
2. Szeregi w przestrzeniach unormowanych. Definicje i przykłady. (1 godz.)
3. Produkt kartezjański przestrzeni unormowanych. Uzupełnienie przestrzeni unormowanej. (2 godz.)
4. Przestrzenie unormowane skończenie wymiarowe. Zupełność przestrzeni skończenie-wymiarowych. Zwartość zbiorów w przestrzeniach skończenie wymiarowych. Twierdzenie Riesz. (3 godz.)

Operatory liniowe ograniczone na przestrzeniach unormowanych

1. Podstawowe własności liniowych operatorów ograniczonych. Przykłady ograniczonych operatorów liniowych na ciągłych i funkcyjnych przestrzeniach Banacha. (2 godz.)
2. Norma ograniczonego operatora liniowego. Przestrzeń ograniczonych operatorów liniowych. Przestrzeń sprzężona do przestrzeni unormowanej. (2 godz.)
3. Zwarte operatory liniowe na przestrzeniach Banacha. (2 godz.)
4. Zasada jednostajnej ograniczoności i jej zastosowania. (2 godz.)
5. Twierdzenie o operatorze odwrotnym i twierdzenie o domkniętym wykresie. (2 godz.)
6. Twierdzenie Hahna-Banacha i jego zastosowania. (2 godz.)
7. Ogólna postać ciągłych funkcjonałów liniowych nad klasycznymi ciągłymi przestrzeniami Banacha. (2 godz.)

Przestrzenie Hilberta

1. Przestrzenie unitarne i przestrzenie Hilberta – podstawowe definicje i własności. Przykłady. (2 godz.)
2. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym w przestrzeniach Hilberta i jego zastosowania. 2 godz.)
3. Ogólna postać ciągłych funkcjonałów liniowych na przestrzeniach Hilberta. (1 godz.)
4. Układy ortogonalne w przestrzeniach Hilberta. Szeregi Fouriera w przestrzeniach Hilberta. (4 godz.)

Ćwiczenia

Przestrzenie unormowane i przestrzenie Banacha

1. Przykłady ciągłych i funkcyjnych przestrzeni liniowych. Podstawowe własności. Nierówności Holdera i Minkowskiego. (3 godz.)

- 2. Sprawdzanie warunków normy na przestrzeniach ciągowych i funkcyjnych. Wykazywanie zupełności klasycznych ciągowych i funkcyjnych przestrzeni unormowanych. (3 godz.)
- 3. Wyznaczanie normy elementów w przestrzeniach ciągowych i funkcyjnych. (3 godz.)
- 4. Porównywanie norm w przestrzeniach unormowanych. (1 godz.)
- 5. Kolokwium. (2 godz.)

Operatory liniowe ograniczone na przestrzeniach unormowanych

- 1. Sprawdzanie liniowości i ograniczoności funkcjonałów i operatorów określonych na ciągowych i funkcyjnych przestrzeniach unormowanych. (3 godz.)
- 2. Wyznaczanie normy funkcjonałów unormowanych na ciągowych i funkcyjnych przestrzeniach. (3 godz.)

Przestrzenie Hilberta

- 1. Przykłady przestrzeni Hilberta. Podstawowe własności. (2 godz.)
- 2. Sprawdzanie warunków iloczynu skalarnego w przestrzeniach ciągowych i funkcyjnych. (2 godz.)
- 3. Badanie własności geometrycznych i topologicznych przestrzeni Hilberta. (4 godz.)
- 4. Badanie układów ortogonalnych w przestrzeniach Hilberta (2 godz.)
- 5. Kolokwium.(2 godz.).

Metody kształcenia

Wykład konwencjonalny . Ćwiczenia audytoryjne , rozwiązywanie zadań i problemów

Efekty uczenia się i metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student potrafi wykazać proste własności geometryczne i topologiczne przestrzeni Banacha i Hilberta.	K_U01	- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student posługuje się pojęciem ograniczonego operatora linowego. Zna najważniejsze własności topologiczne operatorów.	K_W05 K_U13	- bieżąca kontrola na zajęciach - dyskusja - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student rozumie pojęcie ortogonalności w przestrzeniach unitarnych; posiada umiejętność wskazania układów ortogonalnych w konkretnych przestrzeniach Hilberta; zna dowód twierdzenia o rzucie ortogonalnym w przestrzeni Hilberta oraz dowód nierówności Bessela.	K_U09	- bieżąca kontrola na zajęciach - dyskusja - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student rozpoznaje przykłady przestrzeni Banacha i Hilberta oraz operatorów i funkcjonałów liniowych występujących w analizie matematycznej; np. całka , pochodna funkcji , suma szeregu , granica ciągu.; potrafi stosować podstawowe pojęcia analizy funkcjonalnej w innych działach matematyki. Student rozumie, że analiza funkcjonalna jest połączeniem pojęć i metod algebry liniowej, topologii i analizy matematycznej w przypadku nieskończenie wymiarowych przestrzeni wektorowych.	K_U04	- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia

Opis efektu	Symbole efektów	Metody weryfikacji	Forma zajęć
Student potrafi rozpoznawać strukturę przestrzeni Banacha lub Hilberta w konkretnych przestrzeniach występujących w analizie lub geometrii.	• K_W08	- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student rozpoznaje przykłady przestrzeni Banacha i Hilberta oraz operatorów i funkcjonałów liniowych występujących w analizie matematycznej; np. całka , pochodna funkcji , suma szeregu , granica ciągu.; potrafi stosować podstawowe pojęcia analizy funkcjonalnej w innych działach matematyki.	• K_U04	- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student potrafi zdefiniować i rozumie pojęcie przestrzeni Banacha i przestrzeni Hilberta. Zna najważniejsze przykłady i własności przestrzeni Banacha i Hilberta.	• K_U08	- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia
Student Potrafi wyznaczyć normę elementów w niektórych przestrzeniach ciągowych i funkcyjnych.	• K_U01	- bieżąca kontrola na zajęciach - egzamin - ustny, opisowy, testowy i inne - kolokwium - obserwacja i ocena aktywności na zajęciach	- Wykład - Ćwiczenia

Warunki zaliczenia

Na ocenę z przedmiotu składa się ocena z ćwiczeń (40%) oraz ocena z egzaminu (60%). Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest pozytywna ocena z ćwiczeń. Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest pozytywna ocena z egzaminu.

Literatura podstawowa

1. J. Musielak, Wstęp do analizy funkcjonalnej, PWN, Warszawa 1976.
2. T. Pytlik, Analiza funkcjonalna, Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego 2000.
3. S. Prus , A. Stachura, Analiza funkcjonalna w zadaniach , PWN, Warszawa 2007.

Literatura uzupełniająca

1. J . Chmieliński, Analiza funkcjonalna – notatki do wykładu, Wydawnictwo Naukowe Akademii Pedagogicznej, Kraków 1999.
2. J. Górniak ,T. Pytlik, Analiza funkcjonalna w zadaniach, Politechnika Wrocławska, 1992.

Uwagi

Zmodyfikowane przez dr Robert Dylewski, prof. UZ (ostatnia modyfikacja: 25-04-2018 20:16)

Wygenerowano automatycznie z systemu SylabUZ